

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВЕКТОРУ СИЛИ ГІДРОСТАТИЧНОГО ТИСКУ НА ПЛОСКУ ТРИКУТНУ ПОВЕРХНЮ МЕТОДОМ ТРЬОХ КОМАНД K123

Юрій Копаниця¹, Тетяна Аргатенко²

Київський національний університет будівництва і архітектури
31, проспект Повітряних Сил, Київ, 03037, Україна

¹ канд. техн. наук, kopanytsia.iud@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0002-9470-1902

² канд. техн. наук, argatenko.tv@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0003-2516-2906

DOI: 10.32347/2524-0021.2026.53.36-48

Анотація. Розвиток сучасних мікропроцесорних технології й існування портів систем комп'ютерної математики для мобільної платформи дозволяють проводити навчальні, наукові та прикладні розрахунки та обчислювальні експерименти без обмежень на складність.

На основі авторського «Методу трьох команд K123» © Копаниця Ю. Д. розроблено універсальні формули визначення параметрів вектору сили гідростатичного тиску на плоску трикутну поверхню. Формули базуються на шести незалежних параметрах, які впливають на характеристики вектору сили тиску та дозволяють реалізувати обчислювальні експерименти та проводити візуалізацію результатів розрахунків на прикладів використання системи комп'ютерної математики з відкритим кодом CAS MAXIMA.

Представлено приклади візуалізації результатів розрахунків у вигляді дво- та три-вимірних спектрів 7-вимірної функціональної залежності сили гідростатичного тиску від шести незалежних параметрів. Досліджено вплив розмірів поверхні, густини рідини, прошарку рідини над вершиною трикутної поверхні та наявності манометричного або вакуумметричного тиску на вільній поверхні рідини за умови, що всі параметри можуть бути змінними величинами.

Наведено приклади аналітичного розрахунку для різних варіантів наборів вихідних даних та показано зв'язок із результатами дво- та три-вимірної візуалізації графічного рішення в системі CAS MAXIMA.

За універсальними функціональними залежностями ми маємо можливість моделювати різні умови задачі: змінна висота та ширина поверхні, густина рідини, наявність прошарку рідини, додатковий вакуумметричний або манометричний тиск на вільній поверхні рідини. Запропоновані універсальні функціональні залежності дозволяють в системах комп'ютерної математики або електронних таблицях отримати інтегральну криву й дослідити сумісний вплив означених змінних параметрів та вирішувати задачі і графічно, і аналітично.

Універсальні функціональні залежності визначення параметрів рівнодійної сили гідростатичного тиску на плоску вертикальну трикутну поверхню враховують всі незалежні існуючі змінні фактори, а єдиний універсальний алгоритм суттєво спрощує реалізацію розрахунків на комп'ютері.

Розроблено веб інтерфейс з відкритим доступом до клієнт-серверних розрахунків на базі запропонованої моделі за посиланням <https://www.k123.org.ua/en/jestri.html>.

Ключові слова: метод трьох команд K123, сила гідростатичного тиску, плоска трикутна поверхня, онлайн розрахунок.

ВСТУП

Пріоритет розвитку мікропроцесорної техніки на основі енергоефективної ARM технології зміщується у бік мобільних пристроїв. Існування портів систем комп'ютерної математики на мобільних платформах дозволяють проводити навчальні, наукові та прикладні розрахунки та обчислювальні експерименти без обмежень на складність.

Розвиток Веб технологій з відкритим доступом та серверними розрахунками знімають більшість вимог щодо технічних обмежень мобільних платформ та наявності спеціалізованого програмного забезпечення для реалізації розрахунків будь-якої складності.

На основі авторського «Методу трьох команд K123» © Копаниця Ю. Д. розроблено теоретичні основи та універсальні формули визначення параметрів вектору сили гідростатичного тиску на плоску трикутну вертикальну поверхню [1-15]. Формули базуються на шести незалежних параметрах, які впливають на характеристики вектору сили тиску й дозволяють проводити обчислювальні експерименти та реалізувати візуалізацію результатів розрахунків на прикладів використання системи комп'ютерної математики з відкритим кодом CAS MAXIMA. Розроблено веб інтерфейс з відкритим доступом до клієнт-серверних розрахунків на базі запропонованої моделі.

МЕТА І МЕТОДИ

Поставлено задачу на основі авторського «Методу трьох команд K123» © Копаниця Ю. Д. розробити узагальнену модель розрахунку параметрів сили гідростатичного тиску на вертикальну плоску поверхню трикутної форми [1].

Мета дослідження – представити аналіз існуючих незалежних факторів, які впливають на величину й точку прикладання сили гідростатичного тиску на трикутну вертикальну поверхню. Отримати відповідні узагальнені універсальні функціональні залежності з метою проведення моделювання й візуалізації результатів обчислювального експерименту [2-7]. Результати експериментів можуть бути корисними при моделюванні

режимів роботи та проектуванні елементів запірної арматури (засувки, кришки) споруд водопостачання та водовідведення.

Метод дослідження – на основі універсальної технології, яка лежить в основі авторського «Методу трьох команд K123» © Копаниця Ю. Д., дослідити межі використання та розробити прикладні алгоритми розрахунку параметрів вектору сили тиску на трикутну поверхню [9, 10, 12, 13]. В системі комп'ютерної математики CAS MAXIMA провести обчислювальні експерименти із запропонованими функціональними залежностями. Виявити область визначення незалежних параметрів. Опрацювати алгоритми візуалізації результатів у вигляді дво- та три-вимірних спектрів 7-ми вимірної функціональної залежності сили гідростатичного тиску від незалежних параметрів. Навести приклади дво- та три-вимірної візуалізації в системі CAS MAXIMA.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Проведено аналіз незалежних факторів, які впливають на вектор рівнодійної сили гідростатичного тиску на плоску поверхню трикутної форми. Незалежні фактори включають геометричні параметри поверхні, властивості рідини та наявність й характер тиску на вільній поверхні:

- початкова висота трикутної поверхні – H ;
- ширина основи трикутної поверхні – B ;
- змінна висота трикутної поверхні – h ;
- прошарок рідини над поверхнею – h_1 ;
- тиск на вільній поверхні рідини з варіантами – $p_a, p_m, p_{\text{вак}}$;
- густина рідини – ρ .

Постановка задачі базується на постійній густині рідини ρ для окремого розрахункового експерименту. Трикутна поверхня симетрична відносно вертикальної осі та однозначно визначається параметрами B, H . Параметр h визначає положення нижньої горизонтальної кромки трикутної поверхні й співпадає із початком нерухомої локальної системи координат. Додатній напрям вертикальної осі направлено вгору. У такий спосіб максимальне значення координати h по вертикальній осі визначає положення вершини трикутної поверхні. Для окремого

розрахункового експерименту параметри трикутної поверхні h , B , H можуть бути змінними. Межі визначення змінного параметру h належать діапазону $0 < h \leq H$. Якщо висоту трикутної поверхні зафіксовано й вона не є змінною величиною, в розрахунках приймаємо $h = H$. За умови відсутності прошарку рідини – величина $h_1 = 0$. Тиск на вільній поверхні рідини може бути в одному із трьох станів:

- атмосферним p_a , відповідно у формулі ($p_m = 0, p_{\text{вак}} = 0$);
- манометричним p_m , відповідно у формулі ($p_{\text{вак}} = 0$);
- вакуумметричним $p_{\text{вак}}$, відповідно у формулі ($p_m = 0$).

Запропоновані універсальні функціональні залежності визначення величини вектору сили гідростатичного тиску та координати центру тиску включають всі вищезначені параметри. Параметри, які за умовою задачі відсутні, повинні приймати в

$$P(H, B, \rho, h_1, p_m, p_{\text{вак}}, h) = - \frac{\left(\frac{((981Bh^2 - 1962Bhh)h_1 - 654Bh^3 + 1962Bhh^2 - 1962Bh^2h)\rho + (200Bhh - 100Bh^2)p_{\text{вак}} + (100Bh^2 - 200Bhh)p_m}{(200H)} \right)}{(200H)} \quad (1)$$

Єдина універсальна формула для визначення координати центру тиску відносно локальної системи координат з початком на рівні нижньої грані трикутної поверхні

$$h_D(H, B, \rho, h_1, p_m, p_{\text{вак}}, h) = \frac{((3924h^2 - 5886Hh)h_1 - 2943h^3 + 7848Hh^2 - 5886H^2h)ro + (600Hh - 400h^2)p_{\text{вак}} + (400h^2 - 600Hh)pm}{((5886h - 11772H)h_1 - 3924h^2 + 11772Hh - 11772H^2)ro + (1200H - 600h)p_{\text{вак}} + (600h - 1200H)pm} \quad (2)$$

Приклад програмного коду в системі комп'ютерної алгебри CAS MAXIMA представлено на рис. 1.

Приклад тестового розрахунку визначення локальних координат центру тиску для фіксованих вихідних даних: $H = 4$ м, $B = 1$ м, $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $h_1 = 0$ м, $p_m = 0$, $p_{\text{вак}} = 0$, $h = 4$ м (рис. 2.).

Приклад моделювання величини сили гідростатичного тиску при зміні висоти трикутної поверхні h в межах $H = 0 \dots 4$ м; зміни величини прошарку рідини $h_1 = 0 \dots 0,6$ м та наявності вакууммет-

розрахункових формулах нульове значення й обов'язково враховуватись [16].

У такий спосіб ми в основі авторського «Методу трьох команд K123» © Копаниця Ю. Д. маємо дві формули. Одну універсальну формулу для розрахунку величини модуля сили гідростатичного тиску на трикутну поверхню. Друга універсальна формула - визначення координати центру тиску відносно локальної системи координат з початком на рівні нижньої грані трикутної поверхні та другий ортогональний напрям по вертикальній осі симетрії фігури направлено вгору.

ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ

На основі авторського алгоритму «Методу трьох команд K123» © Копаниця Ю. Д. отримано дві універсальні формули.

Єдина універсальна формула для розрахунку величини модуля сили гідростатичного тиску на трикутну поверхню, яку приведено до канонічної форми:

та другий ортогональний напрям по осі симетрії фігури, яку також приведено до канонічної форми:

ричного тиску на вільній поверхні $p_{\text{вак}} = 28000$ Па. Команди CAS MAXIMA із вихідними параметрами для універсальних залежностей $P(H, B, \rho, h_1, p_m, p_{\text{вак}}, h)$ та $h_{Dd}(H, B, \rho, h_1, p_m, p_{\text{вак}}, h)$ представлено на рис. 3.а. Відповідні 3D поверхня сили гідростатичного тиску (рис. 3.б) та 2D контурний графік проекції зміни координати центру тиску при вакуумметричному тиску на поверхні у координатній площині “ h_1, h ” (рис. 3.с).

```
(%i35) Ptri(H,B,ro,h1,pm,pvac,h);
(%o35) - 
$$\left( \frac{\left( (981 B h^2 - 1962 B H h) h1 - 654 B h^3 + 1962 B H h^2 - 1962 B H^2 h \right) ro + (200 B H h - 100 B h^2) pvac + (100 B h^2 - 200 B H h) pm}{200 H} \right)$$

(%i36) h_Dd(H,B,ro,h1,pm,pvac,h);
(%o36) 
$$\frac{\left( (3924 h^2 - 5886 H h) h1 - 2943 h^3 + 7848 H h^2 - 5886 H^2 h \right) ro + (600 H h - 400 h^2) pvac + (400 h^2 - 600 H h) pm}{((5886 h - 11772 H) h1 - 3924 h^2 + 11772 H h - 11772 H^2) ro + (1200 H - 600 h) pvac + (600 h - 1200 H) pm}$$

```

Рис. 1. Універсальні функціональні залежності величини й координати сили гідростатичного тиску в CAS MAXIMA
Fig. 1. Universal functional dependences of the magnitude and coordinates of the hydrostatic pressure force in CAS MAXIMA

```
(%i39) Ptri(H,B,ro,h1,pm,pvac,h):=-(((981*B*h^2-1962*B*H*h)-h1-654*B*h^3+1962*B*H*h^2-1962*B*H^2*h)-ro+(200*B*H*h-100*B*h^2)-pvac+(100*B*h^2-200*B*H*h)-pm)/(200*H)
(%o39) Ptri(H,B,ro,h1,pm,pvac,h):=- 
$$\left( \frac{\left( (981 B h^2 - 1962 B H h) h1 - 654 B h^3 + 1962 B H h^2 - 1962 B H^2 h \right) ro + (200 B H h - 100 B h^2) pvac + (100 B h^2 - 200 B H h) pm}{200 H} \right)$$

(%i40) Ptri(4,1,1000,0,0,0,4),numer;
(%o40) 52320
(%i37) h_Dd(H,B,ro,h1,pm,pvac,h):=((3924*h^2-5886*H*h)-h1-2943*h^3+7848*H*h^2-5886*H^2*h)-ro+(600*H*h-400*h^2)-pvac+(400*h^2-600*H*h)-pm)/(((5886*h-11772*H)-h1-3924*h^2+11772*H*h-11772*H^2)-ro+(1200*H-600*h)-pvac+(600*h-1200*H)-pm)
(%o37) h_Dd(H,B,ro,h1,pm,pvac,h):= 
$$\frac{\left( (3924 h^2 - 5886 H h) h1 - 2943 h^3 + 7848 H h^2 - 5886 H^2 h \right) ro + (600 H h - 400 h^2) pvac + (400 h^2 - 600 H h) pm}{((5886 h - 11772 H) h1 - 3924 h^2 + 11772 H h - 11772 H^2) ro + (1200 H - 600 h) pvac + (600 h - 1200 H) pm}$$

(%i38) h_Dd(4,1,1000,0,0,0,4),numer;
(%o38) 1
```

Рис. 2. Тестовий розрахунок величини й координати сили гідростатичного тиску в CAS MAXIMA
Fig. 2. Test calculation of the magnitude and coordinates of the hydrostatic pressure force in CAS MAXIMA

```
plot3d(Ptri(4,1,1000,h1,0,28000,h),[h,0,4],[h1,0,0.6],[palette,false],[color,black,green,blue,magenta,black])$
contour_plot(h_Dd(4,1,1000,h1,0,26000,h),[h,0,4],[h1,0,4],[title,"The coordinates of center of presure"],[label,["h",0,4],[h1,0,4]],[axes,solid],[grid2d,[style,points]],[point_type,diamond],[color,red,green,blue,magenta,black],[xlabel,"height of triangle (m)],[ylabel,"height of layer of water"],[palette,false]);
```

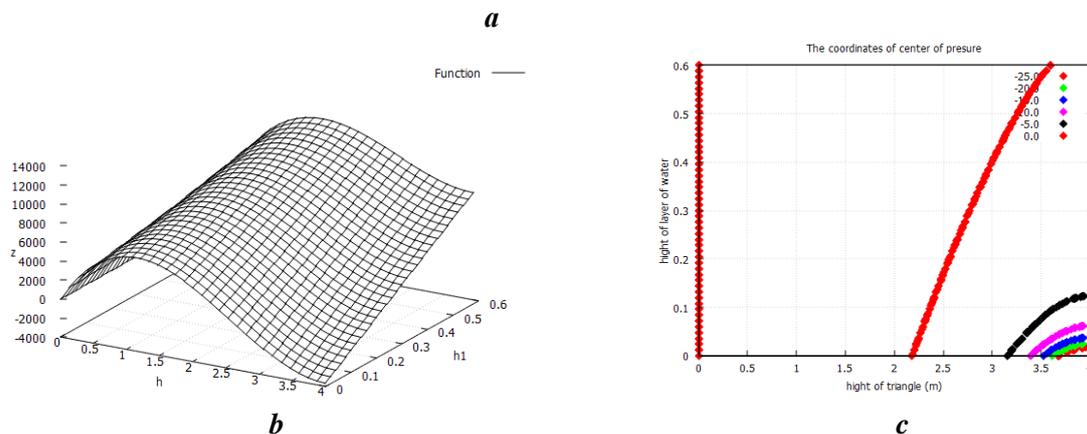


Рис. 3. Сила гідростатичного тиску та відповідні координати центру тиску при наявності вакуумметричного тиску на вільній поверхні рідини: **a** – графічні команди виводу тривимірної поверхні сили тиску та контурного графіку відповідних координат центру тиску; **b** – величина сили гідростатичного тиску при змінних параметрах висоти поверхні h й прошарку рідини h_1 ; **c** – контурний графік координат центру тиску

Fig. 3. Hydrostatic pressure force and corresponding coordinates of the center of pressure in the presence of vacuum pressure on the free surface of the liquid: **a** – Graphic commands for outputting a three-dimensional surface of the pressure force and a contour plot of the corresponding coordinates of the center of pressure; **b** – the magnitude of the hydrostatic pressure force with variable parameters of the surface height h and the liquid layer h_1 ; **c** – contour plot of the coordinates of the center of pressure

Графічне відображення параметрів сили гідростатичного тиску (рис. 3. **b, c**) при наявності вакуумметричного тиску на поверхні рідини дозволяє моделювати зони впливу вакуумметричного тиску на поверхню. Відповідно, для уникнення дії вакуумметричного тиску ми маємо або збільшити величину прошарку води $h_1 = 0..4$ м або розглянути варіанти тиску на нижню половину кришки $h = 0..2$ м. Універсальні функціональні залежності дозволяють розглянути сумісний варіант впливу обох факторів й отримати візуалізацію результатів моделювання. Результати візуалізації та відповідні команди CAS MAXIMA представлено на рис. 4. **a-c**.

На рис. 4. **b** величину рівнодійної сили тиску представлено виключно у першому квадранті. Іншими словами – отримали додатні величини сили тиску, або манометричний тиск на всьому заданому діапазоні заданих факторів. На рис. 4. **c** на контурному графіку відповідно обрано таку саму область визначення незалежних параметрів ($h = 0..2$ м, $h_1 = 0..4$ м) й маємо координати центру тиску відповідних сил. Для більш детального дослідження впливу окремого фактору на величину рівнодійної сили тиску та визначення координати центру тиску можна скористатись окремими 2D спектрами.

```

→ plot3d(Ptri(4,1,1000,h1,0,26000,h),[h,0,2],[h1,0,4],[palette,false],[color,black,green,blue,magenta,black])$
(%i46) contour_plot(h_Dd(4,1,1000,h1,0,26000,h),[h,0,2],[h1,0,4],[title,"The coordinates of center of presure"],[label,["h",0,4],["h1",0,4]],[axes,solid],grid2d,[style,points],[point_type,diamond],[color,red,green,blue,magenta,black],[xlabel,"hight of triangle (m)"],[ylabel,"hight of layer of water"],[palette,false]);
contour_plot is now obsolete. Using plot2d instead:
plot2d([contour,(1000*((3924*h^2-23544*h)*h1-2943*h^3+31392*h^2-94176*h)+26000*(2400*h-400*h^2))/(1000*((5886*h-47088)*h1-3924*h^2+47088*h))],
(%o46) false
    
```

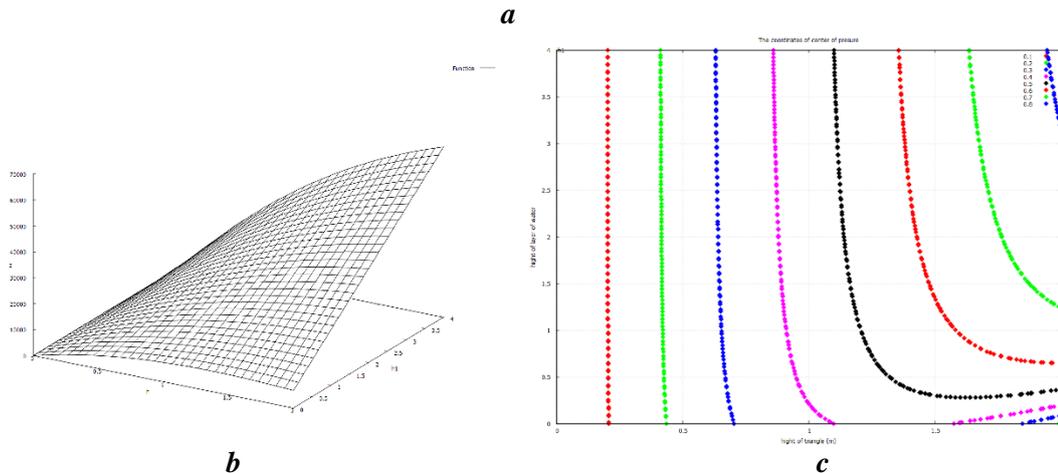


Рис. 4. Сила гідростатичного тиску та відповідні координати центру тиску при наявності вакуумметричного тиску на вільній поверхні рідини: **a** – графічні команди виводу тривимірної поверхні сили тиску та контурного графіку відповідних координат центру тиску; **b** – величина сили гідростатичного тиску при змінних параметрах висоти поверхні h й прошарку рідини h_1 ; **c** – контурний графік координат центру тиску

Fig. 4. Hydrostatic pressure force and corresponding coordinates of the center of pressure in the presence of vacuum pressure on the free surface of the liquid: **a** – graphic commands for outputting a three-dimensional pressure force surface and a contour plot of the corresponding coordinates of the center of pressure; **b** – the magnitude of the hydrostatic pressure force with variable parameters of the surface height h and the liquid layer h_1 ; **c** – contour plot of the coordinates of the center of pressure

Розглянемо приклад тестового розрахунку та використання 2D спектрів інтегральних графіків розподілу сили тиску та зміни координати центру тиску. Зафіксуємо рівні всіх параметрів $H = 4$ м, $B = 1$ м,

$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $h_1 = 0$ м, $p_M = 0$, $p_{\text{вак}} = 0$. Незалежний аргумент – висота $h = 0..4$ м – у межах загальної висоти трикутної поверхні.

Універсальні функціональні залежності визначення параметрів вектору сили тиску дозволяють в системах комп'ютерної математики за допомогою одної графічної команди отримувати об'єднаний графік визначення величини сили гідростатичного

тиску та відповідних координат центру тиску для змінної висоти поверхні при інших фіксованих параметрах. Відповідні параметри вихідних даних, команда та сумісний графік в системі CAS MAXIMA представлено на скріншоті рис. 5.

```
(%i68) draw(
gr2d(
explicit(Ptri(4,1,1000,0,0,0,h),h,0,4)),
gr2d(
allocation = [[0.4, 0.1],[1/2, 1/2]],
explicit(h_Dd(4,1,1000,0,0,0,h),h,0,4),
grid = true) ) $
```

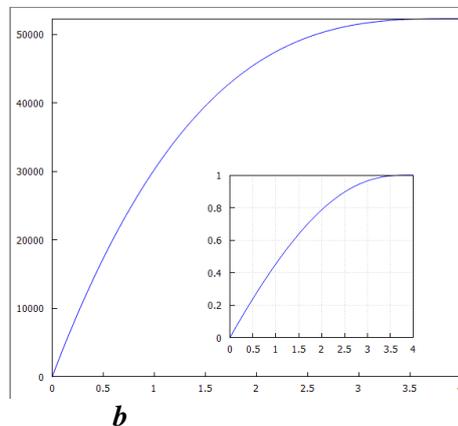


Рис. 5. Команда візуалізації величини сили тиску на великому графіку та відповідна координата центру тиску в локальній системі відрахунку відносно нижньої грані трикутної поверхні на вставленому графічному зображенні: **a** – графічні команди об'єднаного графіка в CAS MAXIMA; **b** – інтегральні графіки рівнодійної сили гідростатичного тиску при змінних параметрах висоти поверхні h та координати центру тиску за умови відсутності прошарку – $h_1 = 0$

Fig. 5. Command to visualize the magnitude of the pressure force on a large graph and the corresponding coordinate of the center of pressure in the local reference system relative to the lower face of the triangular surface on the inserted graphic image: **a** – graphics commands of the combined graph in CAS MAXIMA ; **b** – integral graphs of the resultant force of hydrostatic pressure with variable parameters of surface height h and coordinates of the center of pressure in the absence of a layer – $h_1 = 0$

Для ілюстрації розглянемо простий тестовий приклад. Зафіксуємо всі змінні параметри окрім висоти поверхні. Для вихідних даних: $H = 4$ м, $B = 1$ м, $p_a, \rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $h_1 = 0$, $p_m = 0$, $p_{\text{вак}} = 0$; $h = H = 4$ м. На рис. 5 ми можемо співставити максимальне значення висоти $h = H = 4$ крайня права точка на кожному графіку з результатами розрахунків за універсальними формулами, які представлені командами (%o40) для сили тиску та (%o38) для координати на рис. 2. Співставимо результати (рис. 2) розрахунків команд в системі CAS MAXIMA: командами (%o40) для сили тиску $P(H, B, \rho, h_1, p_m, p_{\text{вак}}, h) = P(H, B, \rho, h_1, p_m, p_{\text{вак}}, h) = 52320$ Па.; команда (%o38) для координати центру тиску $h_{Dd}(H, B, \rho, h_1, p_m, p_{\text{вак}}, h) = h_{Dd}(H, B, \rho, h_1, p_m, p_{\text{вак}}, h) = 1$ м. Крайні праві точки на графіках (рис. 5)

відповідають отриманим величинам. Графік рівнодійної сили гідростатичного тиску є «інтегральною кривою». Відповідно за правилом Ньютона-Лейбніца для визначеного інтеграла його можна використати для ілюстрації широкого кола задач [17]. Відповідно будь-яка проміжна висота h трикутної поверхні визначає на графіку відповідні параметри вектора сили тиску. Запропоновані універсальні функціональні залежності дозволяють для певного набору вихідних даних проводити розрахунки та моделювати розподіл рівнодійної сили гідростатичного тиску для трапецеїдальних плоских площин. Наприклад, в одну дію вирішується задача визначення висоти окремих горизонтальних елементів греблі за умови, що сумарна сила гідростатичного тиску на кожний елемент не перевищує заданої

граничної величини. В літературі означена задача приводиться виключно для – простої – прямокутної поверхні, або на 1 м ширини. Запропоновані універсальні залежності дозволяють розширити умову задачі для горизонтальних елементів трикутної поверхні й вирішити її одною командою або графічно, або аналітично. Для порівняння – одна команда розрахунку за універсальною функціональною залежністю проти укладання й вирішення громіздкої системи алгебраїчних рівнянь.

За універсальними функціональними залежностями ми маємо можливість моделювати різні умови задачі: змінна висота та ширина поверхні, наявність прошарку рідини, додатковий вакуумметричний або манометричний тиск на вільній поверхні рідини. Універсальні залежності дозволяють дослідити сумісний вплив означених змінних параметрів та вирішувати задачу або графічно (рис. 5), або аналітично (рис. 2). Візуалізація рішення обмежена тривимірним простором (приклади рис. 3*b*, 4*a*). Можливості графічних команд сучасних систем комп'ютерної математики дозволяють використовувати додатково спектральні та контурні графіки

(рис. 3*c*, 4*c*). Наприклад, графік на рис. 5*b* є 2D спектр для тривимірного графіка з відповідними вихідними параметрами. Фіксація всіх вихідних параметрів на певному рівні дозволяють розрахувати точне значення у певній точці шестивимірного простору незалежних параметрів, які представлено в універсальних функціональних залежностях.

ВЕБ ІНТЕРФЕЙС ОНЛАЙН РОЗРАХУНКІВ

Розроблено відкрите клієнт-серверне програмне забезпечення з веб формою вводу вихідних для реалізації розрахунків за універсальними функціональними залежностями, які представлено за посиланням <https://www.k123.org.ua/en/jestri.html> [18].

Загальний вигляд веб форми першого релізу програми представлено на скріншотах рис. 6, 7.

Генерація виводу серверною програмою тестових результатів розрахунку за стандартними формулами та запропонованими універсальними алгоритмами на скріншоті рис. 8.

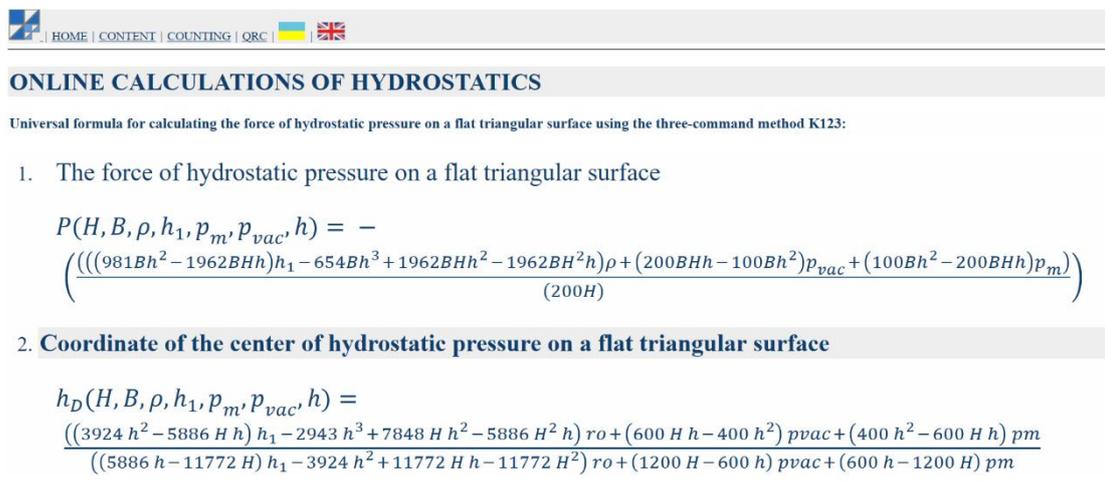
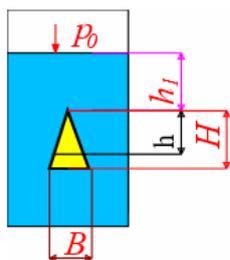


Рис. 6. Універсальні формули на головній сторінці клієнт-серверної програми - <https://www.k123.org.ua/en/jestri.html>

Fig. 6. Universal formulas on the main page of the client-server program - <https://www.k123.org.ua/en/jestri.html>



Decimal digits in numbers *are separated by a dot*. For example **4.5 (4,5)**

What is the pressure " p_0 " on the free surface of the liquid? ""

- Manometric pressure p_m
- Vacuum pressure p_{vac}
- Atmospheric pressure p_a

Pressure operating on the free liquid surface is " p_0 " [Pa] (1 to 5 characters): [Pa]

Width "B" (1 to 10 characters): [m]

The water column height is h_1 (1 to 5 characters): [m]

Height "H" (1 to 5 characters): [m]

Height of triangle "h= 0...H" (1 to 5 characters): [m]

Liquid density ρ (1 to 7 characters): $\frac{kg}{m^3}$

Size of Picture: 320-1024 "px" (default size - 600px) (3 to 4 characters): [px]

Calculate

Рис. 7. Веб форма вводу вихідних даних на головній сторінці клієнт-серверної програми - <https://www.k123.org.ua/en/jestri.html>

Fig. 7. Web form for inputting raw data on the main page of the client-server program - <https://www.k123.org.ua/en/jestri.html>

Веб інтерфейс та клієнт-серверна реалізація розрахунків забезпечує оперативну перевірку і тестові розрахунки при використанні власного коду або при роботі в інших системах комп'ютерної математики. Приклади варіантів робочого коду для системи CAS MAXIMA наведено в тексті статті на рис. 2-5.

Запропоновані універсальні узагальнені функціональні залежності визначення параметрів вектору сили гідростатичного тиску спростують програмування і реалізацію комп'ютерного розрахунку [19, 20]. Кількість розрахункових операцій

скорочено до двох простих алгебраїчних виразів. Виключена необхідність реалізації логічних блоків зміни алгоритму розрахунку [1], що визначається умовою задачі й відповідним положенням п'єзометричної площини. Аналіз складності відповідного стандартного алгоритму й оцінка ймовірності появи помилок у розрахунках приведено автором на основі багаторічного досвіду викладання гідравліки у статті, яка презентує аналогічні універсальні функціональні залежності для визначення параметрів сили тиску на плоску прямокутну поверхню [1].

Calculating the hydrostatic pressure force on a triangle surface

$$h_1 + \frac{p_m}{\rho \cdot g} - \frac{p_{vac}}{\rho \cdot g} = 2.10193679918451 \text{ [m]}.$$

$$P=93560 \text{ [N]}.$$

Calculating the Coordinate of the center of hydrostatic pressure on a flat triangle surface

$$h_D = 1.14692888698874 \text{ [m]}.$$

Standart calculation

$$h'_C = 4.76860346585117 \text{ [m]}.$$

$$p_C = 46780 \text{ [Pa]}.$$

$$\omega = 2 \text{ [m}^2\text{]}.$$

$$P = 93560 \text{ [N]}.$$

$$I_0 = 1.77777777777778 \text{ [m}^4\text{]}.$$

$$h'_D = 4.95500791219576 \text{ [m]}.$$

Return to form

Рис. 8. Тестові розрахунки CGI програми
Fig. 8. CGI program test calculations

Нагадаємо, загальноприйнятий стандартний алгоритм розрахунків визначає виключно глибину занурення центру тиску відносно – можливо за умовами задачі – рухомого положення п'єзометричної площини й може змінюватись в широкому діапазоні. Положення площини при наявності манометричного або вакуумметричного тиску прив'язано до поверхні але знаходиться за її межами, що не зручно при проектуванні й дослідженні елементів запірної арматури установок й вимагає додаткових розрахунків відносно рухомої системи координат з початком відліку відносно положення п'єзометричної площини.

В запропонованих розрахунках використовується нерухома єдина локальна система координат для будь-якого набору вихідних даних, який у загальному випадку може включати шість незалежних змінних параметрів. Це дозволяє проводити моделювання та дослідження характеристик

вектору рівнодійної сили гідростатичного тиску у – теоретично – 7-вимірному просторі. Отримані координати належать єдиній локальній системі й не вимагають додаткових розрахунків. В стандартних же алгоритмах отримана глибина занурення центру тиску – відносно іноді рухомого віртуального рівня п'єзометричної площини – вимагає додаткових уточнюючих розрахунків, коли ми бажаємо визначити координати в межах змоченої площині поверхні [21].

Розширена реалізація графічного відображення двовірної та три-вимірної графіки, генерація контурних графіків планується у наступних релізах програми за постійним посиланням
<https://www.k123.org.ua/en/jestri.html>.

ВИСНОВКИ

Запропоновані дві універсальні функціональні залежності для визначення

параметрів рівнодійної сили гідростатичного тиску на плоску трикутну поверхню в єдиній нерухомій системі координат 7-вимірного простору. В три-вимірному просторі класична фіксація рівня певних параметрів дозволяє отримати візуалізацію три- та двомірних вибіркового спектрів узагальненої залежності.

Розрахунок координати центру тиску прив'язано до початку нерухомої локальної системи координат, яка співпадає із нижньою гранню поверхні. Отримані координати у будь-якому випадку співрозмірні із розміром поверхні. Ця особливість запропонованого алгоритму розрахунку на основі авторського «Методу трьох команд K123» © Копаниця Ю. зручна та логічна при моделюванні, дослідженні та проектуванні елементів споруд водопостачання та водовідведення.

Точне рішення для певного набору вихідних даних є координати відповідної окремої точки на поверхні. Фіксація рівня всіх шести незалежних параметрів у якості аргументів універсальної функціональної залежності дозволяє отримати числове рішення задачі. У такий спосіб запропоновані формули універсальні й без будь-яких обмежень дозволяють використовувати розрахунки в системах комп'ютерної математики, електронних таблицях або реалізувати розрахунки за двома універсальними стандартними формулами на звичайному калькуляторі.

Універсальні функціональні залежності визначення параметрів рівнодійної сили гідростатичного тиску на плоску трикутну поверхню враховують практично всі незалежні змінні фактори, а єдиний універсальний алгоритм суттєво спрощує реалізацію розрахунків на комп'ютері.

Розроблено веб інтерфейс з відкритим доступом до клієнт-серверних розрахунків на базі запропонованої моделі за посиланням <https://www.k123.org.ua/en/jestri.html>.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Копаниця Ю., Аргатенко Т.** Універсальний веб інтерфейс онлайн розрахунку сили гідростатичного тиску методом K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та

гідравліки, 2025. Вип. 50. С. 38-48.

2. **Копаниця Ю., Гіжа О., Нечипор О., Мар'єнко І., Линок Б., Васянович Д.** Визначення сили гідростатичного тиску на криволінійну параболічну поверхню методом K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2025. Вип. 50. С. 38-48.

3. **Копаниця Ю., Гіжа О., Нечипор О., Кормільцін О.** Визначення сили гідростатичного тиску на плоску поверхню довільної несиметричної форми методом трьох команд K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2024. Вип. 47. С. 12-22.

4. **Копаниця Ю., Павлов Є., Толмачова Т.** Аналіз варіантів розрахунку сили гідростатичного тиску методом K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2023. Вип. 43. С. 4-15.

5. **Копаниця Ю. Д.** Визначення сили гідростатичного тиску на сферичну поверхню в умовах відносної рівноваги рідини методом K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2020. Вип. 34. С. 12-18.

6. **Копаниця Ю. Д.** Аналіз алгоритмів визначення гідростатичного тиску на поверхню довільної форми за стандартними формулами і методом трьох команд K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2017. Вип. 28. С. 187-195.

7. **Копаниця Ю. Д.** Розрахунок гідростатичного тиску на несиметричну плоску поверхню. Універсальний алгоритм трьох команд K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2016. Вип. 27. С. 177-186.

8. **Копаниця Ю. Д.** Визначення гідростатичного тиску на плоский сегмент методом трьох команд K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2016. Вип. 26. С. 148-152.

9. **Копаниця Ю. Д.** Інтегральні рівняння метода трьох команд K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2013. Вип.22. С. 161-173.

10. **Копаниця Ю. Д.** Аналіз виміру епюри гідростатичного тиску на криволінійну поверхню. Універсальний метод розрахунку K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2013. Вип. 21. С. 165-180.

11. **Копаниця Ю. Д.** Розрахунок гідростатичного тиску на криволінійну поверхню. Універсальний алгоритм трьох команд - K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2012. Вип. 20. С. 105-119.

12. **Копаниця Ю. Д.** Комп'ютерний розрахунок сили тиску. Універсальний алгоритм трьох

команд - K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2012. Вип. 18. С. 148-163.

13. **Копаниця Ю. Д., Нечипор О. М., Таварткїладзе Н. І.** Дослідження чотирьох варіантів визначення гідростатичного тиску на плоску поверхню методом трьох команд - K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2022. Вип. 41. С. 31-41.

14. **Копаниця Ю., Гїжа О., Нечипор О., Голубородько О., Гаврилюк А.** Онлайн моделювання розрахунку каналів гідравлічно найвигіднішого перерізу // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2025. Вип. 49. С. 4-16.

15. **Копаниця Ю., Павлов Є., Гїжа О., Кострич Б., Матвієнко О.** Моделювання елементів розгалуженої мережі в CAS MAXIMA та серверні онлайн розрахунки у навчальному процесі // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2023. Вип. 45. С. 24-31.

16. **Kirk D.** Contemporary mathematics. Rice University, 2023. ISBN :978-1-711470-55-9. 1565. 16. Lin H. Intellectual Development and Mathematics Learning. Springer, 2023.

17. **Lin H.** Intellectual Development and Mathematics Learning. Springer, 2023.

18. **Dong Y. Zhu R., Tian Q., Liu W., Penga W.** A Scenario Interaction-centered Conceptual Information Model for UX Design of User-oriented Product-service System. Procedia CIRP, 2019. Vol(83). 335-338.

19. **Yilmaz F., Queiruga-Dios A., Vaquero J., Mierluș-Mazilu I., Rasteiro D., Martínez V.** Mathematical Methods for Engineering Applications. Springer, 2023.

20. **Clark-Wilson A., Robutti O., Sinclair N.** The Mathematics Teacher in the Digital Era. International Research on Professional Learning and Practice. Springer, 2023.

21. **Gonzalez O.** Topics in Applied Mathematics and Modeling. AMS, 2023. ISBN: 978-1-4704-6991-7

REFERENCES

1. **Kopanytsia, Y., & Arhatenko, T. (2025).** Universal web interface for online calculation of hydrostatic pressure force using the K123 method. *Problems of Water Supply, Sewerage and Hydraulic*, (51). 29-41. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2025.51.29-41>

2. **Kopanytsia, Y., Gizha, O., Nechypor, O., Marienko, I., Lynok, B., & Vasyanovich, D. (2022).** Options for calculating the hydrostatic

pressure force using the K123 method on the walls of a paraboloidal channel. *Problems of Water Supply, Sewerage and Hydraulic*, (50). 38-48. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2025.50.38-48>

3. **Kopanytsia, Y., Gizha, O., Nechypor, O., & Kormilcin, O. (2024).** Determination of hydrostatic pressure on the plane surface of an arbitrary nonsymmetrical form by the three-command method K123. *Problems of Water Supply, Sewerage and Hydraulic*, (47). 12-22. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2024.47.12-22>

4. **Kopanytsia, Y., Pavlov, Y., & Tolmachova, T. (2023).** Analysis of calculation options of hydrostatic pressure by the K123 method. *Problems of Water Supply, Sewerage and Hydraulic*, (43). 4-15. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2023.43.4-15>

5. **Kopanytsia, Y. D. (2020).** Determination of the force of hydrostatic pressure on a spherical surface under conditions of relative equilibrium of a liquid by the K123 method. *Problems of Water Supply, Sewerage and Hydraulic*, (34). 12-18. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2020.34.12-18>

6. **Kopanytsia, Y. D. (2017).** Analysis of algorithms for determining hydrostatic pressure on a surface of arbitrary shape according to standard formulas and the method of three commands K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, (28). 187-195. Retrieved from <https://repository.knuba.edu.ua/bitstream/handle/987654321/3048/201728-187-195.pdf?sequence=1&isAllowed=y> [in Ukrainian].

7. **Kopanytsia, Y. D. (2016).** Calculation of hydrostatic pressure on an asymmetric flat surface universal algorithm of three commands K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, (27). 177-186. Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/PVVG_2017_27_26 [in Ukrainian].

8. **Kopanytsia, Y. D. (2016).** Determination of hydrostatic pressure on a flat segment by the method of three commands K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, (26). 148-152. Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/PVVG_2016_26_22 [in Ukrainian]

9. **Kopanytsia, Y. D. (2013).** Integral equations of the method of three commands K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, (22). 161-173. Retrieved from

http://nbuv.gov.ua/UJRN/PVVG_2013_22_20 [in Ukrainian].

10. **Kopanytsia, Y. D. (2013)**. Analysis of hydrostatic pressure plot measurement on a curved surface. Universal calculation method K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, (21). 165-180. Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/PVVG_2013_21_20 [in Ukrainian].

11. **Kopanytsia, Y. D. (2012)**. Calculation of hydrostatic pressure on a curved surface. Universal algorithm of three commands - K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, (20). 105-119. Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/PVVG_2012_20_13 [in Ukrainian].

12. **Kopanytsia, Y. D. (2012)**. Computer calculation of pressure force. Universal algorithm of three commands - K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, (18). 148-163. Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/PVVG_2012_18_17 [in Ukrainian].

13. **Kopanytsia, Y., Nechpor, O., & Tavartkiladze, N. (2022)**. Study of four options for determining hydrostatic pressure on a plane surface by the three-command method K123. *Problems of Water Supply, Sewerage and Hydraulic*, (41), 31-41. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2022.41.31-41>

14. **Kopanytsia, Y., Giza, O. Nechpor, O. Holoborodko, O. Gavryliuk, A. (2025)**. Online modeling of calculation of channels of the most hydraulically advantageous cross-section. *Problems of Water Supply, Sewerage and Hydraulic*, (49). 4-16. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2025.49.4-16>

15. **Kopanytsia, Y., Pavlov, Y. Giza, O. Kostrych, B., & Matvienko, O. (2023)**. Simulation of distributed network elements in CAS MAXIMA and server online calculations in

the educational process. *Problems of Water Supply, Sewerage and Hydraulic*, (45). 24-31. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2023.45.24-31>

16. **Kirk, D. (2023)**. *Contemporary mathematics*. University of Wisconsin at Superior. Retrieved from [https://assets.openstax.org/oscms-prodcms/media/documents/ContemporaryMathematics-
WEB.pdf?_gl=1*7497ra*_ga*NDkwMDgzOTU4LjE2ODA1NDcwMjY.*_ga_T746F8B0QC*MTY4MjM0MjU1Ni4zLjEuMTY4MjM0Mjk3MS42MC4wLjA](https://assets.openstax.org/oscms-prodcms/media/documents/ContemporaryMathematics-
WEB.pdf?_gl=1*7497ra*_ga*NDkwMDgzOTU4LjE2ODA1NDcwMjY.*_ga_T746F8B0QC*MTY4MjM0MjU1Ni4zLjEuMTY4MjM0Mjk3MS42MC4wLjA).

17. **Lin, C. (2023)**. The Laws of Intellectual Development and Mathematics Learning. *Intellectual Development and Mathematics Learning*, 27-50. https://doi.org/10.1007/978-981-19-8757-1_2

18. **Dong, Y., Zhu, R., Tian, Q., Liu, W., & Peng, W. (2019)**. A Scenario Interaction-centered Conceptual Information Model for UX Design of User-oriented Product-service System. *Procedia CIRP*, 83, 335-338. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.03.096>

19. **Mathematical Methods for Engineering Applications. (2023)**. In F. Yilmaz, A. Queiruga-Dios, J. Martín Vaquero, I. Mierluş-Mazilu, D. Rasteiro, & V. Gayoso Martínez (Eds.), *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-21700-5>

20. **The Mathematics Teacher in the Digital Era. (2022)**. In A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), *Mathematics Education in the Digital Era*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-05254-5>

21. **Gonzalez, O. (2023)**. *Topics in Applied Mathematics and Modeling*. AMS. ISBN: 978-1-4704-6991-7 211. Retrieved from <https://dokumen.pub/topics-in-applied-mathematics-and-modeling-concise-theory-with-case-studies-147046991x-9781470469917.html>

Determination of the parameters of the hydrostatic pressure force vector on a flat triangular surface by the three-command method K123

Yurii Kopanytsia, Tetiana Arhatenko

Abstract. The development of modern microprocessor technology and the existence of ports of computer mathematics systems for mobile platforms allow for educational, scientific and applied calculations and computational experiments without limitations on complexity.

Based on the author's "Method of three commands K123" © Kopanitsa Yu. D., universal formulas for determining the parameters of the hydrostatic pressure force vector on a flat triangular surface have been developed. The formulas are based on six independent parameters that affect the characteristics of the pressure force vector and allow for the implementation of computational experiments and visualization of the results of calculations using examples of the use of the open source computer mathematics system CAS MAXIMA.

Examples of visualization of calculation results in the form of 2- and 3-dimensional spectra of the 7-dimensional functional dependence of the hydrostatic pressure force on six independent parameters are presented. The influence of surface dimensions, liquid density, liquid layer above the vertex of the triangular surface, and the presence of manometric or vacuum pressure on the free surface of the liquid is investigated, provided that all parameters can be variable values.

Examples of analytical calculations for different options for initial data sets are given, as well as the connection with the results of 2- and 3-dimensional visualization in the CAS MAXIMA system.

Using universal functional dependencies, we have the opportunity to model various conditions of the problem: variable height and width of the surface, the presence of a liquid layer, additional vacuum or manometric pressure on the free surface of the liquid. The proposed universal functional dependencies allow us to obtain an integral curve in computer mathematics systems or spreadsheets and to investigate the combined influence of the specified variable parameters and to solve problems both graphically and analytically.

Universal functional dependencies for determining the parameters of the resultant force of hydrostatic pressure on a flat triangular surface take into account all independent existing variable factors, and a single universal algorithm significantly simplifies the implementation of calculations on a computer.

A web interface with open access to client-server calculations based on the proposed model has been developed at the link <https://www.k123.org.ua/en/jestri.html>.

Key words: three-command method K123, hydrostatic pressure force, flat triangular surface, online calculation.

Дата першого надходження рукопису 23.02.2026

Дата прийнятого до друку рукопису після рецензування 10.03.2026

Дата публікації 31.03.2026