

## ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ПРИМЕЖОВОГО ШАРУ НА ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ У ТРУБОПРОВОДАХ

Олександр Ткачук

Національний університет водного господарства та природокористування  
11, Соборна вул., м. Рівне, Україна, 33028  
докт. техн. наук, o.a.tkachuk@nuwm.edu.ua, orcid.org/0000-0002-3036-0010

DOI: 10.32347/2524-0021.2025.49.74-84

**Анотація.** Встановлено придатність отриманої раніше аналітичної залежності для визначення коефіцієнтів гідравлічного тертя трубопроводів із різними видами та величинами шорсткості, які у широкому діапазоні турбулентних режимів визначаються двома визначальними параметрами: відносною гідравлічною товщиною примежового шару та коефіцієнтом пропорційності турбулентних пульсацій до осереднених швидкостей. При цьому на тип і характер залежності коефіцієнтів гідравлічного тертя від режимів потоку визначальне значення мають величини гідравлічної товщини примежового шару, які змінюються під дією впливових факторів. Показано, що гідравлічна товщина примежового шару залежить від молекулярної в'язкості турбулентного потоку рідини та гідравлічної шорсткості трубопроводів, які своєю чергою залежать від режимів потоку та стану внутрішньої поверхні трубопроводів. Основними впливовими факторами на неї є значення чисел Рейнольдса, коефіцієнтів гідравлічного тертя та гідравлічної шорсткості труб. Враховуючи, що шорсткість стінок труб має різні види (плавна, гостроверха, хвиляста, виробнича залежно від способу виготовлення труб, піщана), величин самих виступів, їхньої форми та способів розташування на стінках труб (рівномірно, із різними типами профілів, нерівномірно по площі, зі значними рідко розташованими виступами різної форми тощо), запропоновано напівемпіричну залежність для визначення відносною гідравлічної товщини примежового шару. Її валідність підтверджена відповідністю експериментальним даним з визначення коефіцієнтів гідравлічного тертя трубопроводів різних матеріалів, діаметрів і видів шорсткості в широкому діапазоні чисел Рейнольдса (від  $4 \cdot 10^3$  до  $10^7$ ). На основі обробки експериментальних даних визначено числові значення параметрів для розрахунків відносних гідравлічних товщин примежового шару та коефіцієнтів гідравлічного тертя трубопроводів. Дано оцінку точності розрахунків за спрощеним варіантом запропонованих залежностей.

**Ключові слова:** гідравлічні опори, гідравлічні розрахунки, примежовий шар, трубопроводи.

### ВСТУП

Гідравлічні режими турбулентного руху рідин у трубопроводах різного призначення зручно оцінювати на основі теорії перенесення кількості руху, яка є відносно простою та наглядною. Вона передбачає логарифмічну залежність розподілу осереднених швидкостей у перетинах потоків трубопроводів і достатньо точно узгоджується із експериментальними даними. Враховуючи складність і багатфакторність турбулентних потоків у трубопроводах на даний час запропоновано

значну кількість напівемпіричних та емпіричних формул для їхніх гідравлічних розрахунків [1 - 7]. Однак, незважаючи на багаточисельні теоретичні та експериментальні дослідження не існує єдиного підходу до оцінки як самої структури турбулентних потоків, так і дії впливових факторів на гідравлічні опори трубопроводів.

У результаті раніше проведених досліджень нами отримано аналітичні залежності гідравлічних закономірностей для турбулентного руху рідин у трубопроводах [8, 9], які можуть бути представлені у вигляді

- для осереднених місцевих швидкостей у перетині потоку

$$u = \frac{u_*}{\kappa_o} \cdot \ln \left( 1 + \frac{\chi}{b} \right); \quad (1)$$

- для коефіцієнтів гідравлічного тертя

$$\lambda = \frac{8 \cdot \kappa_o^2}{\left[ (1+b)^2 \cdot \ln \left( 1 + \frac{1}{b} \right) - b - 1,5 \right]^2}, \quad (2)$$

де  $u_*$  – динамічна швидкість, м/с;

$\kappa_o$  – коефіцієнт пропорційності турбулентних пульсацій до осереднених швидкостей, що враховує зміну дотичних напружень у перетині турбулентного потоку;

$\chi$  – відносна відстань від стінки труби, що дорівнює відношенню лінійної відстані  $y$  до радіуса труби  $r_o$ :  $\chi = y/r_o$ ;

$b$  – відносна (до радіусу труби) гідравлічна товщина примежового шару, яка залежить від його товщини і виду шорсткості.

Для гідравлічно гладких труб встановлено, що величина  $b$  обумовлена молекулярною в'язкістю  $b_\mu$

$$b = b_\mu = \frac{2 \cdot \sqrt{8}}{\kappa_p \cdot Re \cdot \sqrt{\lambda}}, \quad (3)$$

де  $\kappa_p$  – коефіцієнт пропорційності, що враховує зміну дотичних напружень у примежовому шарі, у якому режимі руху рідини близькі до ламінарного;

$Re$  – число Рейнольдса.

## МЕТА І МЕТОДИ

Метою даної статті є теоретичний аналіз впливу визначальних факторів на формування відносної гідравлічної товщини примежового шару та обґрунтування доцільності застосування отриманих раніше аналітичних залежностей для визначення коефіцієнтів гідравлічного тертя трубопроводів із різними типами та величинами шорсткості у діапазонах турбулентних режимів, що мають практичне значення.

В основі попередніх [2; 8; 9] і подальших досліджень лежить постулат, що дотичні напруження  $\tau$  в будь-якій точці перерізу турбулентного потоку, перпендикулярному напрямку його руху у трубопроводі, визначаються залежністю

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} + \varepsilon_T \cdot \frac{du}{dy}, \quad (4)$$

де  $\mu$  – динамічна в'язкість рідини, Н·с/м<sup>2</sup>;

$\varepsilon_T$  – так звана «турбулентна в'язкість», яка залежить від пульсаційних складових осередненої швидкості  $u$ , Н·с/м<sup>2</sup>;

$y$  – відстань від стінки труби, м.

Турбулентна в'язкість  $\varepsilon_T$  на підставі формули [8, ф. (4)] становить

$$\varepsilon_T = \frac{\tau \cdot \kappa_o \cdot r_o}{u_*} \cdot (\chi + \xi_w), \quad (5)$$

де  $\xi_w$  – безрозмірний показник турбулентності, що обумовлена шорсткістю труби (для гідравлічно гладких труб  $\xi_w = 0$ );

Отже, параметр  $b$  для формул (1) і (2), враховуючи вираз (3) і методику розв'язку диференційного рівняння (4), наведена у [8], буде рівним

$$b = b_\mu + \xi_w = \frac{2 \cdot \sqrt{8}}{\kappa_p \cdot Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \xi_w. \quad (6)$$

Для гідравлічно гладких труб  $\xi_w = 0$ , а величина відносної гідравлічної товщини примежового шару  $b$  обумовлена тільки молекулярною в'язкістю (в основному молекулярним зчепленням рідини з матеріалом стінки труби). У шорстких трубах вона залежить як від молекулярної в'язкості, так і шорсткості стінок труб, які визначаються параметрами потоку ( $Re$  і  $\kappa_p$ ) і показниками стану внутрішньої поверхні труб ( $\lambda$  і  $\xi_w$ ).

## РЕЗУЛЬТАТИ ТА ПОЯСНЕННЯ

Оцінку придатності формули (6) для дослідження гідравлічних залежностей турбулентних потоків у трубопроводах проведено на основі аналізу експериментальних даних як гідравлічно гладких, так і шорстких труб із різними видами шорсткості. Шорсткість стінок труб залежить як від видів шорсткості (плавна, гостроверха, хвиляста, виробнича залежно від способу виготовлення труб, піщана), величин самих виступів, так і їхньої форми та способів розташування на стінках труб (рівномірні, із різними типами профілів, нерівномірні по площі, із значними рідко розташованими виступами різної форми тощо). Тому однозначно оцінити вплив різних видів шорсткості на гідравлічні характеристики потоків достатньо складно. Наявність значної кількості формул для визначення гідравлічних опорів труб обумовлена

тим, що їхні автори досліджували трубопроводи із різними типами шорсткості [2 ÷ 7].

У формулі (6) відносна гідравлічна товщина примежового шару  $b$  залежить від значень коефіцієнтів гідравлічного тертя  $\lambda$ , що створює певні труднощі при його розрахунках за формулою (2). Тому, для подальшого аналізу параметр  $b$  представлено дещо спрощеною, але наглядною залежністю

$$b = \frac{k_w}{Re^\alpha} + \frac{\Delta_w}{d}, \quad (7)$$

де  $k_w$  і  $\alpha$  – коефіцієнт і показник степені, що залежать від виду шорсткості (для гідравлічно гладких труб:  $k_w = 1$ ;  $\alpha = 0,78$  [8, 9]);

$\Delta_w$  – гідравлічна шорсткість внутрішньої поверхні труби діаметром  $d$ , мм

$$\Delta_w = k_{hr} \cdot \bar{\delta}, \quad (8)$$

де  $k_{hr}$  – коефіцієнт, що залежить від типу і виду шорсткості;

$\bar{\delta}$  – середня висота виступів шорсткості, мм.

Для визначення параметрів у формулі (7) для різних видів і величин шорсткості формулу (2) після скорочень шляхом ігнорування дуже малих складових перетворено до вигляду

$$\lambda = \frac{K}{\left[-\ln\left(\frac{k_w}{Re^\alpha} + \frac{\Delta_w}{d}\right) - 1,5\right]^2}, \quad (9)$$

де  $K$  – коефіцієнт, що згідно формули (2) становить  $K = 8 \cdot \kappa_o^2$  [8, 9].

Значення параметра  $\kappa_o$  у класичній напівемпіричній теорії вважали «універсальною сталою» [1, 2]. Однак, в ході подальших розрахунків встановлено, що він залежить і від діаметрів [3], і режимів руху рідини, і від видів та величин шорсткості у трубопроводах [2, с.17; 9, рис. 4a]. Тому його значення необхідно встановлювати експериментальним шляхом.

При відомих експериментальних даних залежностей  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  для певного виду і величини шорсткості параметри формул (7) і (9) можуть бути встановлені таким чином. Для квадратичної зони турбулентного режиму ( $Re \rightarrow \infty$ ) формула (9) матиме вид

$$\lambda = \frac{K}{\left[-\ln\left(\frac{\Delta_w}{d}\right) - 1,5\right]^2}. \quad (10)$$

Для знаходження двох невідомих  $K$  і  $\Delta_w$  формулу (10) трансформовано таким чином

$$\sqrt{\frac{K}{\lambda}} = -\ln\left(\frac{\Delta_w}{d}\right) - 1,5;$$

$$\sqrt{K} \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right) = -\ln(\Delta_w) + \ln(d) - 1,5.$$

Позначивши змінні величини, що визначені експериментальними даними, як

$$X_e = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}; \quad Y_e = \ln(d) - 1,5,$$

а пошукові аргументи як

$$A = \ln(\Delta_w); \quad B = \sqrt{K},$$

отримаємо

$$Y_e = A + B \cdot X_e. \quad (11)$$

Значення пошукових аргументів  $A$  і  $B$  визначено методом найменших квадратів за масивами експериментальних даних  $X_e$  і  $Y_e$ , розрахованих залежно від величин  $\lambda$  і  $d$ . За отриманими значеннями  $A$  і  $B$  визначено величини  $K$  і  $\Delta_w$

$$K = B^2; \quad \Delta_w = e^A. \quad (12)$$

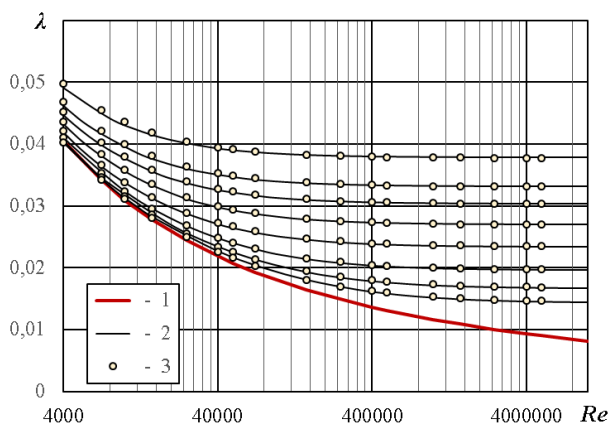
Аналогічним чином можуть бути визначені значення параметрів  $k_w$  і  $\alpha$ , приймаючи отримані значення  $K$  і  $\Delta_w$  в якості постійних величин. Однак, практичні розрахунки показали, що коефіцієнти детермінації для них набагато нижчі і становлять  $R^2 < 0,7$ . Тому їхні значення підлягали уточненням за умови більшої відповідності експериментальним даним шляхом мінімізації відхилень розрахункових величин від експериментальних значень

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\lambda_{ei} - \lambda_i)^2}; \quad (13)$$

де  $n$  – кількість елементів у масивах експериментальних і розрахункових даних;

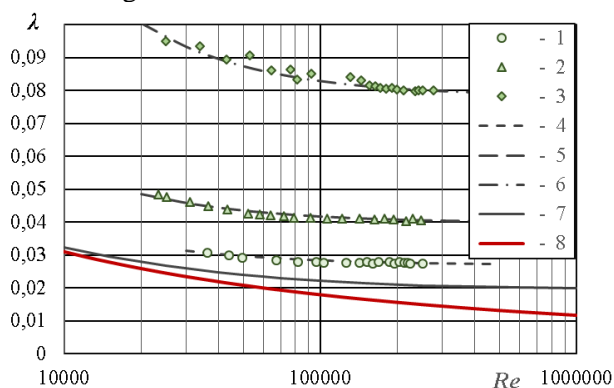
$\lambda_{ei}$  і  $\lambda_i$  – експериментальна і розрахункова величини коефіцієнтів гідравлічного тертя для  $i$ -го значення числа Рейнольдса.

Графіки залежностей  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$ , що вказують на відповідність отриманих результатів досліджень експериментальним даним, наведені на рис. 1 ÷ 7.



**Рис. 1.** Залежності  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  для: 1 – гладких труб; 2 – шорстких труб за формулою Кольбрука-Уайта при  $d/\Delta = 100 \div 4000$ ; 3 – те ж, за формулами (2), (7) і (9) при аналогічній гідралічній шорсткості  $d/\Delta_w = 1724 \div 68966$

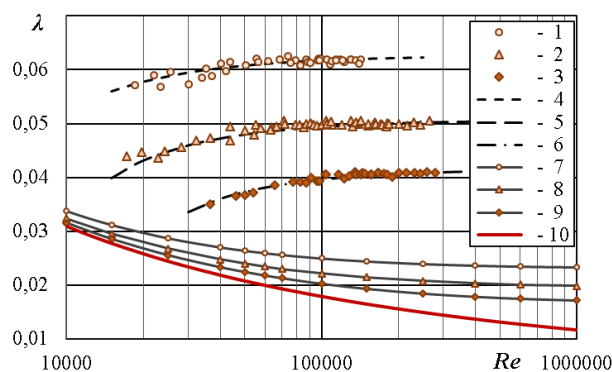
**Fig. 1.** Dependencies  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  for: 1 – smooth pipes; 2 – rough pipes according to the Colebrook-White formula at  $d/\Delta = 100 \div 4000$ ; 3 – the same, according to formulas (2), (7) and (9) at the same hydraulic roughness  $d/\Delta_w = 1724 \div 68966$



**Рис. 2.** Залежності  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  для труб з регулярно шорсткістю ( $d_y=50$  мм) [3]: 1 – експериментальні дані для I-го типу шорсткості; 2 – те ж, для II-го типу; 3 – те ж, для III-го типу; 4, 5 і 6 – за формулами (2), (7) і (9); 7 – те ж, для нових труб; 8 – для гладких труб

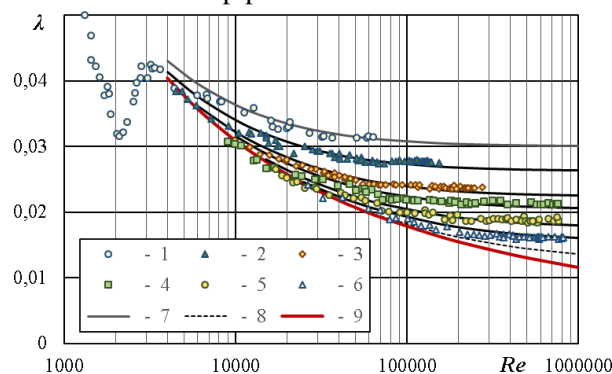
**Fig. 2.** Dependencies  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  for pipes with regular roughness ( $d_y=50$  mm) [3]: 1 – experimental data for the 1st type of roughness; 2 – the same, for the 2nd type; 3 – the same, for the 3rd type; 4, 5 and 6 – according to formulas (2), (7) and (9); 7 – the same, for new pipes; 8 – for smooth pipes

На рис. 5 наведено порівняння розрахункових даних за формулами (2) і (9) з експериментальними для розтрубних чавунних труб з відстанями між стиками  $l_{sj}$ :



**Рис. 3.** Залежності  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  для труб з піщаною шорсткістю: 1 ÷ 3 – експериментальні дані [3] для  $d_y=26,9; 52,7$  і  $105,4$  мм з крупністю піску  $\Delta=1,0$  мм; 4 ÷ 6 – за формулами (2), (7) і (9) для цих труб; 7 ÷ 9 – те ж, для нових труб вказаних діаметрів без піщаної шорсткості; 10 – для гладких труб

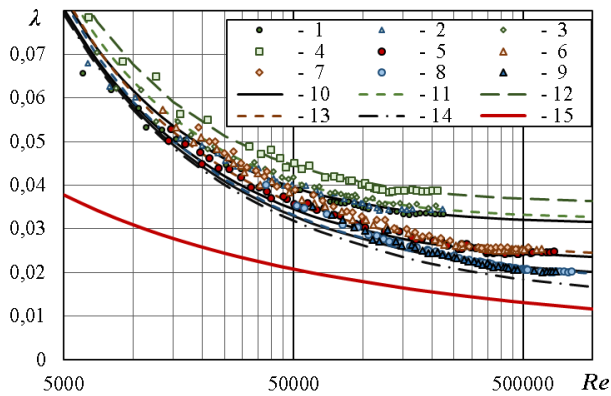
**Fig. 3.** Dependencies  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  for pipes with sand roughness: 1 ÷ 3 – experimental data [3] for  $d_y=26.9; 52.7$  and  $105.4$  mm with sand size  $\Delta=1.0$  mm; 4 ÷ 6 – according to formulas (2), (7) and (9) for these pipes; 7 ÷ 9 – the same, for new pipes of the specified diameters without sand roughness; 10 – for smooth pipes



**Рис. 4.** Залежності  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  для нових сталевих труб без стиків: 1 ÷ 6 – експериментальні дані [3] для  $d=15,55; 26,2; 52,4; 78,5; 155,1; 302,0$  мм; 7 – для нових труб за формулами (2), (7) і (9) цих діаметрів; 8 – для  $d=1000$  мм 9 – для гладких труб

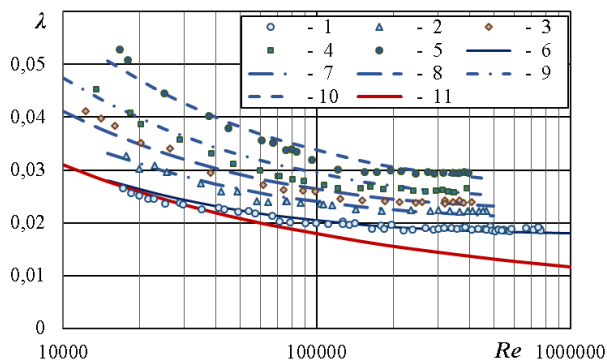
**Fig. 4.** Dependencies  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  for new steel pipes without joints: 1 ÷ 6 – experimental data [3] for  $d=15,6; 26,2; 52,4; 78,5; 155,1; 302$  mm; 7 – for smooth pipes; 8 – for new pipes according to formulas (2), (7) and (9) of the same diameters; 9 – for  $d=1000$  mm

для  $d_y=50$  мм ( $d=51,5; 51,7; 51,8$  і  $51,2$  мм) з  $l_{sj}=2,0; 1,0; 0,5$  і  $0,25$  м; для  $d=152,0$  мм з  $l_{sj}=3,1; 1,55$  і  $0,775$  м;  $d=301,0$  мм з  $l_{sj}=3,0$  і  $1,5$  м.



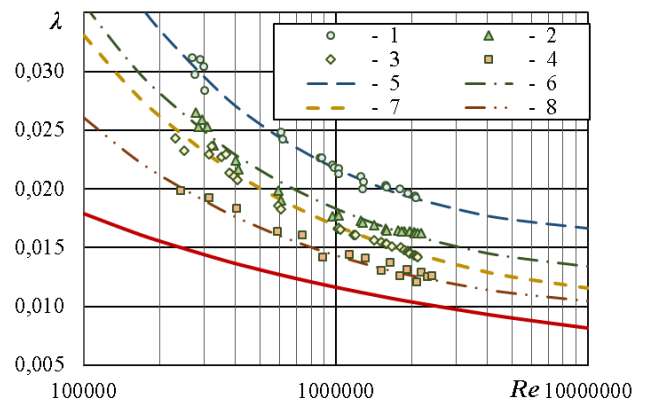
**Рис. 5.** Залежності  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  для нових чавунних труб з відстанями між стиками  $l_{sj}$ : 1 ÷ 4 – експериментальні дані [3] для  $d_y=50$  мм; 5 ÷ 7 – те ж, для  $d=152,0$  мм; 8 і 9 – те ж, для  $d=301,0$  мм; 10 – за формулами (2), (7) і (9) для  $d=51,5; 152,0$  і  $301,0$  мм з  $l_{sj}=l_{sj,max}$ ; 11 ÷ 13 – те ж, з  $l_{sj}<l_{sj,max}$ ; 14 – те ж, для  $d=1000$  мм; 15 – для гладких труб

**Fig. 5.** Dependencies  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  for new cast iron pipes with different distances between joints  $l_{sj}$ : 1 ÷ 4 – experimental data [3] for  $d_y=50$  mm; 5 ÷ 7 – the same, for  $d=152.0$  mm; 8 and 9 – the same, for  $d=301.0$  mm; 10 – according to formulas (2), (7), (9) for  $d=51.5; 152.0$  and  $301.0$  mm with  $l_{sj}=l_{sj,max}$ ; 11 ÷ 13 – the same, with  $l_{sj}<l_{sj,max}$ ; 14 – the same,  $d=1000$  mm; 15 – for smooth pipes



**Рис. 6.** Залежності  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  для сталевих труб  $d=155,1$  мм зі зварними стилями: 1 ÷ 4 – експериментальні дані [3] зі стилями через  $l_{sj}=3,0; 1,5; 0,75$  і  $0,375$  м; 5 – те ж, труб без стилям; 6 ÷ 10 – за формулами (2), (7) і (9) для цих труб; 11 – для гладких труб

**Fig. 6.** Dependencies  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  for steel pipes  $d=155.1$  mm with welded joints: 1 ÷ 4 – experimental data [3] with joints through  $l_{sj}=3.0; 1.5; 0.75$  and  $0.375$  m; 5 – the same, pipes without joints; 6 ÷ 10 – according to formulas (2), (7) and (9) for these pipes; 11 – for smooth pipes



**Рис. 7.** Залежності  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  для залізобетонних труб  $d=700$  мм:

1 – експериментальні дані [3] для труб виготовлених за СН 324-72; 2 – на покращеному гумовому чохлаї; 3 – те ж, із пластифікованим бетоном; 4 – полімерзалізобетонних труб ( $d=600$  мм); 5 ÷ 8 – за формулами (2), (7) і (9) цих же діаметрів; 7 – для гладких труб

**Fig. 7.** Dependencies  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$  for reinforced concrete pipes  $d=700$  mm:

1 – experimental data [3] for pipes manufactured according to СН 324-72; 2 – on an improved rubber cover; 3 – the same, with plasticized concrete; 4 – polymer reinforced concrete pipes ( $d=600$  mm); 5 ÷ 8 – according to formulas (2), (7) and (9) of the same diameters; 7 – for smooth pipes

Наведені на рис. 1 ÷ 7 дані засвідчують відповідність розрахунків за формулами (2), (7) і (9) експериментальним даним з визначення коефіцієнтів гідравлічного тертя трубопроводів із різними видами і величинами шорсткості у широкому діапазоні чисел Рейнольдса і діаметрів труб. Очевидним є безпосередня залежність коефіцієнтів гідравлічного тертя від змін величин відносної гідравлічної товщини прилежового шару  $b$ .

Для практичних розрахунків цілком придатною є спрощена формула (9). Похибки розрахунків за формулами (2) і (9), зазвичай, не перевищують 0,2 % і тільки при малих числах Рейнольдса ( $Re=4000 \div 10000$ ) становлять 1,0 ÷ 2,5 % для чавунних труб і 0,5 ÷ 1,0 % для інших типів труб.

Отримані на основі обробки експериментальних даних (рис. 1 ÷ 7), значення коефіцієнтів  $K$  і  $k_w$ , показника степені  $\alpha$  і гідравлічної шорсткості  $\Delta_w$  для труб із різними типами шорсткості наведено у табл. 1.

**Табл. 1.** Оціночні значення параметрів  $K$ ,  $k_w$ ,  $\alpha$  і  $\Delta_w$  для труб із різними типами та величинами шорсткості

**Table 1.** Estimated values of parameters  $K$ ,  $k_w$ ,  $\alpha$  and  $\Delta_w$  for pipes with different types and roughness values

№ з/п	Тип шорсткості, матеріал труб	Параметри			
		$K$	$k_w$	$\alpha$	$\Delta_w$ , мм
1	Відповідно формулі Кольбрука-Уайта	1,34	1,2	0,9	0,029
2	Нові сталеві без стиків	1,72	1,15	1,0	0,0018
3	Те ж, з ретельними муфтовими стиками	1,73	1,15	1,0	0,0018
4	Те ж, із застосуванням труборізу	2,05	1,10	1,0	0,0018
5	Те ж, зі зварними стиками через 3/1,5 м	2,0/2,2	1,25/1,5	1,0	0,0018
6	Те ж, зі зварними стиками через 0,75/0,375 м	2,3/2,5	2,0/2,8	1,0	0,0018
	Ненові сталеві, бувші в експлуатації	1,72..2.05	4.0..6.5	1,0	0,009... 0,024
7	Нові чавунні стандартної довжини	1,22	22,0	1,0	0,022
8	Нові чавунні укорочені (у 4 ÷ 8 разів)	1,26..1.41	21..25	1,0	0,022
10	Ненові чавунні, бувші в експлуатації	1,22..1,55	22..42	1,0	0,025..0,04
11	Залізобетонні труби, виготовлені за СН 324-72	1,0	175	1,0	0,0055
12	Теж, на покращеному гумовому чохлі (ПГЧ)	1,0	110	1,0	0,02
13	Теж, на ПГЧ із пластифікованим бетоном	1,0	90	1,0	0,008
14	Полімерзалізобетонні труби	1,0	45	1,0	0,005
15	З піщаною шорсткістю крупністю 1,0 мм	2,3	-2,3	1,0	0,014
16	З піщаною шорсткістю крупністю 0,5 мм	2,06	-2,3	1,0	0,01
17	З регулярною шорсткістю типів I, II і III	1,34	4,0..50	1,0	0,01..0,18
18	Гідравлічно гладкі труби	1,0	1,0	0,78	0

Отримані результати показують, що формули (2), (7) і (9) придатні не тільки для розрахунків труб із різними типами та величинами шорсткості, але й для труб із різними видами стикових з'єднань та відстанями між ними. Аналіз відповідності розрахункових даних експериментальним показав, що вплив стиків на величини коефіцієнтів гідравлічного тертя  $\lambda$  можна враховувати як величинами гідравлічної шорсткості  $\Delta_w$ , так і параметром  $K$ . З однієї сторони стикові з'єднання збільшують гідравлічну шорсткість внутрішньої поверхні труб, а з іншої – розташовані на цій же поверхні локально і можуть

розглядатись як місцеві опори. Величини додаткових гідравлічних опорів суттєво залежать від типів і кількості стиків на одиницю довжини трубопроводу (рис. 5 і 6). Крім того, вони по різному впливають на форму і крутизну залежностей  $\lambda = f(Re, \Delta_w/d)$ . Аналогічно можна оцінювати вплив продуктів інкрустацій, які утворюються на внутрішній поверхні труб, що знаходяться в експлуатації. Тому, більш доцільним буде враховувати цей вплив величинами коефіцієнта  $K$ , який можна розраховувати за допомогою коефіцієнтів збільшення гідравлічного опору труб [2, розд. 3]. У роботі [3, с. 109] збільшення гідравлічних опорів труб за рахунок



зварних стиків запропоновано враховувати коефіцієнтом 1,18, а відмінності у якості укладання труб у лабораторних і виробничих умовах коефіцієнтом 1,15. Ці значення закладено у нормативи, які понад пів століття використовуються для гідравлічних розрахунків трубопроводів водопостачання і закладені, зокрема, у чинних вітчизняних нормах ДБН В.2.5-75.

Аналіз отриманих даних показує, що величини відносної гідравлічної товщини прирежевого шару  $b$  мають визначальне значення як на розподіл швидкостей у перетині потоку (формула (1)), так і на значення коефіцієнтів гідравлічного тертя  $\lambda$  (формула (2)). Виходячи із формули (1) максимальна швидкість потоку (на осі труби)  $u_m$  буде рівною

$$u_m = \frac{u_*}{\kappa_0} \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right) = \frac{V_o}{\kappa_0} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right), \quad (14)$$

де  $V_o$  – середня швидкість потоку, м/с.

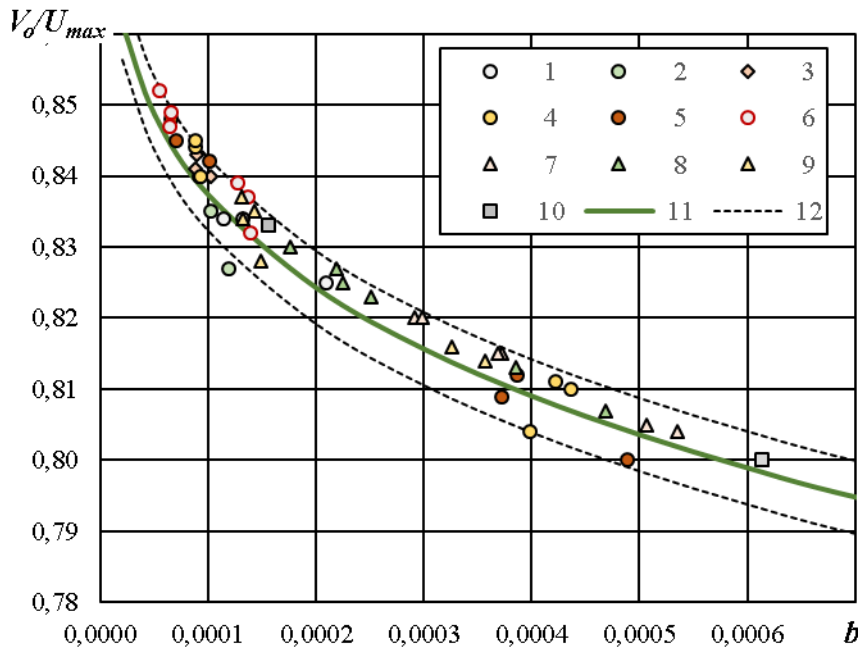
Звідки співвідношення середньої швидкості потоку до максимальної із врахуванням формули (2) становитиме

$$\frac{V_o}{u_m} = \frac{(1+b)^2 \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right) - b - 1,5}{\ln\left(1 + \frac{1}{b}\right)}. \quad (15)$$

Нехтуючи впливом малих величин, отримано її дещо спрощений варіант

$$\frac{V_o}{u_m} \cong 1 + \frac{1,5}{\ln(b)}. \quad (16)$$

На рис. 8 наведено залежності  $V_o/U_m = f(b)$ , розраховані за формулою (15), і результати експериментів з визначення розподілу швидкостей у нових сталевих та чавунних трубах [3]. Очевидно, що залежність (15) практично відповідає експериментальним даним, які знаходяться у діапазоні 5% рівня значимості. Похибки у розрахунках за формулами (15) і (16) для, наведеного на рис. 8 діапазону параметра  $b$ , становлять 0,005 ÷ 0,2%. Вони зростають із збільшенням величин  $b$  і зменшенням значень  $V_o/U_m$ , що характерно для труб малих діаметрів.



**Рис. 8.** Графік залежності  $V_o/U_m = f(b)$ : 1 ÷ 6 – експериментальні точки для нових сталевих труб без стиків, відповідно для  $d = 16,0; 26,8; 52,4; 79,0; 155,1$  і  $302,0$  мм; 7 ÷ 9 – те ж, для нових чавунних труб  $d = 52,0; 152,0$  і  $301,0$  мм; 10 – те ж, для труб  $d = 52,4$  мм із регулярною шорсткістю; 11 – за формулою (15); 12 – границі довірчих інтервалів 5% рівня значимості

**Fig. 8.** Graph of the dependence  $V_o/U_m = f(b)$ : 1 ÷ 6 – experimental points for new steel pipes without joints, respectively for  $d = 16,0; 26,8; 52,4; 79,0; 155,1$  and  $302,0$  mm; 7 ÷ 9 – the same, for new cast iron pipes  $d = 52,0; 152,0$  and  $301,0$  mm; 10 – the same, for pipes with regular roughness  $d = 52,4$  mm; 11 – according to formula (15); 12 – limits of confidence intervals of 5% level of significance

Детальний аналіз формул (15) і (16) показує, що вони справедливі як для гладких [8], так і шорстких труб із різними видами та величинами шорсткості. При цьому величина відносної гідравлічної товщини прилежого шару  $b$  залежить тільки від співвідношення середньої до максимальної швидкостей потоку рідини  $V_o/U_m$ . Виходячи з виразу (16), для будь яких труб величина параметра  $b$  може бути визначена за формулою

$$b = e^\psi, \quad (17)$$

де  $\psi$  – коефіцієнт, який становить

$$\psi = \frac{1,5}{\frac{v_o}{u_m} - 1}. \quad (18)$$

Таким чином, величина співвідношення  $V_o/U_m$  дозволить визначити значення як параметра  $b$ , так і коефіцієнта  $\lambda$  (формула (2)). З іншої сторони, враховуючи, що і коефіцієнт  $\lambda$  і параметр  $b$  залежать від багатьох показників (діаметрів труб, видів і величин їхньої шорсткості, швидкостей потоків у трубах, в'язкості рідин тощо), по аналогії із даними рис. 1 ÷ 7 можна отримати відповідні залежності  $b = f(Re, d)$ , приклади яких наведено на рис. 9 і 10. Їх встановлено на підставі формули (7) та даних табл. 1 для різних типів труб, видів і величин шорсткості.

Для визначення значень параметра  $b$  за експериментальними даними наведеними на рис. 1 ÷ 7 формулу (2) представлено у спрощеному вигляді (ігноруванням її дуже малих складових, як і для формули (9))

$$\lambda = \frac{K}{[-\ln(b) - 1,5]^2}. \quad (19)$$

Звідси параметр  $b$  може бути визначено за формулою (17), але при значеннях коефіцієнта  $\psi$ , рівних  $\psi'$

$$\psi' = -1,5 - \sqrt{\frac{K}{\lambda}}. \quad (20)$$

Отримані таким способом величини параметрів  $b$  для нових сталевих і чавунних труб наведено на рис. 9 і 10. Там же наведено лінії залежностей  $b = f(Re, d)$ , отриманих за формулою (7) при значеннях параметрів для нових сталевих і чавунних труб, на-

ведених у табл. 1. Вони вказують на практичне співпадіння розрахункових значень відносної гідравлічної товщини прилежого шару  $b$  з експериментальними даними.

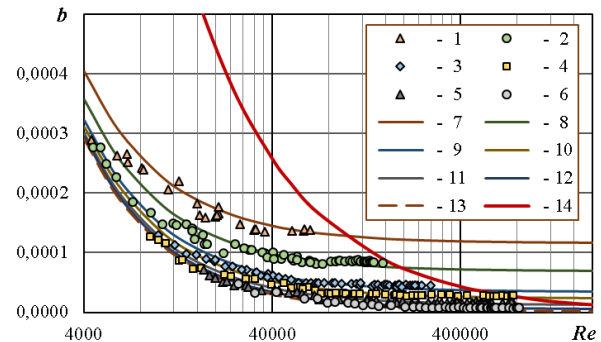


Рис. 9. Залежності  $b = f(Re, d)$  для нових сталевих труб без стиків: 1 ÷ 6 – за експериментальними даними [3] для труб  $d=15,6; 26,2; 52,4; 78,4; 155,1$  і  $302,0$  мм; 7 ÷ 12 – за формулою (7) для цих же труб; 10 – те ж, для труб  $d=1000$  мм; 11 – для гладких труб

Fig. 9. Dependencies  $b = f(Re, d)$  for new steel pipes without joints: 1 ÷ 6 – according to experimental data [3] for pipes  $d=15,55; 26,2; 52,4; 78,4; 155,1$  and  $302,0$  mm; 7 ÷ 12 – according to formula (7) for these pipes; 10 – the same, for pipes  $d=1000$  mm; 11 – for smooth pipes

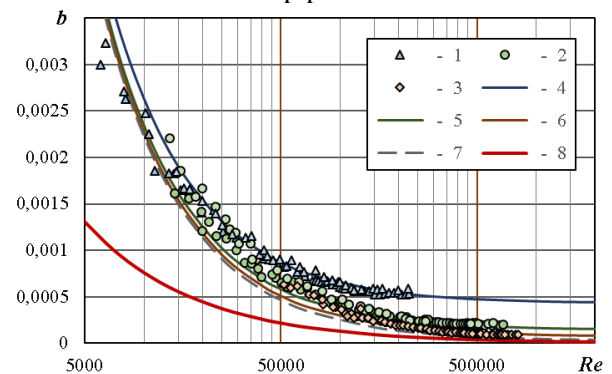


Рис. 10. Залежності  $b = f(Re, d)$  для нових чавунних труб: 1 ÷ 3 – визначені за експериментальними даними [3] значення параметрів  $b$  для труб  $d=52; 152$  і  $301$  мм; 4 ÷ 6 – за формулою (7) для цих же труб; 7 – те ж, для труб  $d=1000$  мм; 8 – для гладких труб

Fig. 10. Dependencies  $b = f(Re, d)$  for new cast iron pipes: 1 ÷ 3 – values of parameters  $b$  determined from experimental data [3] for pipes  $d=52; 152$  and  $301$  mm; 4 ÷ 6 – according to formula (7) for the same pipes; 7 – the same, for pipes  $d=1000$  mm; 8 – for smooth pipes



## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Встановлено, що в широкому діапазоні турбулентних режимів у трубопроводах ( $Re = 4 \cdot 10^3 \div 10^7$ ) визначальний вплив на коефіцієнти гідравлічного тертя мають два параметри: відносна гідравлічна товщина примежового шару та коефіцієнт пропорційності турбулентних пульсацій до осереднених швидкостей. На тип і характер залежності коефіцієнтів гідравлічного тертя від режимів потоку визначальне значення має гідравлічна товщина примежового шару. Для її визначення запропоновано напівемпіричну залежність (7), валідність якої підтверджено відповідністю експериментальним даним для трубопроводів різних матеріалів, діаметрів і видів шорсткості в широкому діапазоні чисел Рейнольдса.

На основі обробки експериментальних даних визначено числові значення параметрів для розрахунків гідравлічної товщини примежового шару та коефіцієнтів гідравлічного тертя трубопроводів. Дано оцінку точності розрахунків за спрощеним варіантом запропонованих залежностей для визначення коефіцієнтів гідравлічного тертя.

Отримано аналітичну залежність для визначення величин відносної гідравлічної товщини примежового шару (17), показник степені у якій залежить від значень співвідношення середньої швидкості потоку до максимальної (18) або від коефіцієнта гідравлічного тертя (20).

## ЛІТЕРАТУРА

1. **Константинов Ю.М., Гіжа О.О.** Технічна механіка рідин та газу. Підручник. Київ: Вища школа, 2002. 277 с.
2. **Ткачук О. А.** Гідравлічні розрахунки трубопроводних систем водопостачання та водовідведення: Монографія. Рівне: НУВГП, 2022. 183 с. URL: <https://ep3.nuwm.edu.ua/23889/>
3. **Шевелев Ф. А.** Исследование основных гидравлических закономерностей турбулентного движения в трубах. Москва: Стройиздат, 1953. 208 с.
4. **Дикаревский В. С., Якубчик П. П., Продоус О. А., Константинов Ю. М.** Гидравлический расчет и устройство водопроводов из железобетонных труб. Київ: Будівельник, 1984. 211 с.
5. **Rakhimov K., Melikuziyev S., Sultanov R.** Coefficient of hydraulic friction of plastic pipes // E3S Web of Conferences, 2023. 401, 01042 CONMECHYDRO. URL: [https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2023/38/e3sconf\\_conmechhydro23\\_01042.pdf](https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2023/38/e3sconf_conmechhydro23_01042.pdf)
6. **Brkić D., Praks P.** Colebrook's Flow Friction Explicit Approximations Based on Fixed-Point Iterative Cycles and Symbolic Regression // Computation, 2019. 7(3), ID 48. URL: <https://www.mdpi.com/2079-3197/7/3/48>
7. **Pérez Pupo J. R., Navarro-Ojeda M. N., Pérez-Guerrero J. N., Batista-Zaldívar M. A.** On the explicit expressions for the determination of the friction factor in turbulent regime // Revista Mexicana de Ingeniera Química, 2020. 19 (1), p. 313-334. URL: <https://doi.org/10.24275/rmiq/Fen497>
8. **Ткачук О. А., Шевчук О. В.** До розвитку гідравлічних закономірностей турбулентних потоків у трубопроводах // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. Київ, КНУБА, 2023. Вип. 42. С. 71 – 83. URL: <http://wateruse.org.ua/article/view/277160>
9. **Tkachuk O., Gerasimov I., Shevchuk O.** Theoretical Aspects of Turbulent Flows in Pipeline // Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, 2023. 70, pp. 141–157. URL: <https://sciendo.com/article/10.2478/heem-2023-0010>
10. **Хлапук М. М., Безусяк О. В., Волк Л. Р., Чжан Цзелу.** Теоретичні дослідження коефіцієнта гідравлічного опору в гідравлічно гладких трубопроводах // Вісник НУВГП, 2020. (4 (92)). с. 23-36. URL: <https://ep3.nuwm.edu.ua/22100/>
11. **Choo Y.-M., Kim J.-G., Park S.-H.** A Study on the Friction Factor and Reynolds Number Relationship for Flow in Smooth and Rough Channels // Water, 2021, 13, 1714. URL: <https://doi.org/10.3390/w13121714>
12. **Guseinova E., Mukhamadeev E., Gilmanova A., Filimonov O., Galiullina I.** Determination of the coefficient of hydraulic friction and factors reducing the value of hydraulic resistance along the length // E3S Web of Conferences, 2024. 524. URL: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202452403035> APEC-VII-2024.
13. **Arifjanov A., Rakhimov Q., Samiev L., Abduraimova D., Apakhodjaeva T.** Hydraulic Friction Coefficient at Hydraulic Mixing Movement in Pressure Pipelines // Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems, 2020. Vol. 12, 07-Special Issue. P. 1332-1336.

14. **Kalenik M., Chalecki M., Wichowski P.** Real Values of Local Resistance Coefficients during Water Flow through Welded Polypropylene T-Junctions // *Water*, 2020, 12, 895. <https://doi.org/10.3390/w12030895>
15. **Orel V., Pitsyshyn B., Konyk T.** Hydrodynamical instability of newtonian flow before an axisymmetric sudden contraction // *Theory and Building Practice*, 2021. 3(2), pp. 32–38.
16. **Zeghadnia L., Robert J. L., Achour B.** Explicit solutions for turbulent flow friction factor: A review, assessment and approaches classification // *Ain Shams Engineering Journal*, 2019. 10, p. 243-252. URL: <https://doi.org/10.1016/j.asej.2018.10.007>
17. **Samie M., Marusic I., Hutchins N., Fu M.K., Fan Y., Hultmark M., Smits A. J.** Fully-resolved measurements of turbulent boundary layer flows up to  $Re_\tau = 20000$  // *Journal of Fluid Mechanics*, 2018. Vol. 851, pp. 391-415. URL: [https://fluids.princeton.edu/pubs/Samie\\_2018.pdf](https://fluids.princeton.edu/pubs/Samie_2018.pdf)
18. **Tkachenko, T., Mileikovskiy, V.** Precise Explicit Approximations of the Colebrook-White Equation for Engineering Systems // *Proceedings of EcoComfort*, 2021. P. 303-310. URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-57340-9\\_37](https://doi.org/10.1007/978-3-030-57340-9_37)
19. **Wichowski P., Kalenik M., Lal A., Morawski D., Chalecki M.** Hydraulic and technological investigations of a phenomenon responsible for increase of major head losses in exploited cast-iron water supply pipes // *Water (Switzerland)*, 2021. URL: <https://www.mdpi.com/2073-4441/13/11/1604>
20. **Praks P., Brkić D.** Review of new flow friction equations: Constructing Colebrook's explicit correlations accurately // *Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing.* 2020. Vol. 36, (3), 41 URL [https://www.scipedia.com/public/Praks\\_Brkić\\_2020a](https://www.scipedia.com/public/Praks_Brkić_2020a)
- from reinforced concrete pipes. Kyiv: Buidevelnyk. [in Russian]
5. **Rakhimov, K., Melikuziyev, S., & Sultanov, R. (2023).** Coefficient of hydraulic friction of plastic pipes. *E3S Web of Conferences 401*, 01042 (2023) CONMECHYDRO. Retrieved from [https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2023/38/e3sconf\\_conmechydro23\\_01042.pdf](https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2023/38/e3sconf_conmechydro23_01042.pdf)
6. **Brkić, D., & Praks, P. (2019).** Colebrook's Flow Friction Explicit Approximations Based on Fixed-Point Iterative Cycles and Symbolic Regression. *Computation* 7(3), ID 48. Retrieved from <https://www.mdpi.com/2079-3197/7/3/48>
7. **Pérez Pupo, J.R., Navarro-Ojeda, M.N., Pérez-Guerrero, J.N., & Batista-Zaldívar, M.A. (2020).** On the explicit expressions for the determination of the friction factor in turbulent regime. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 19 (1), 313-334. <https://doi.org/10.24275/rmiq/Fen497>
8. **Tkachuk, O., & Shevchuk, O. (2023).** To the development of hydraulic regulations of turbulent flows in pipelines. *Problems of Water Supply, Sewerage and Hydraulic*, (42), 71–83. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2023.42.71-83>
9. **Tkachuk, O., Gerasimov, I., & Shevchuk, O. (2023).** Theoretical Aspects of Turbulent Flows in Pipeline. *Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics*, 70, 141–157. <https://doi.org/10.2478/heem-2023-0010>
10. **Khlapuk, M. M., Bezusyak, O. V., Volk, L. R., & Zhang Tszylu (2020).** Theoretical studies of the hydraulic resistance coefficient in hydraulically smooth pipelines. *Bulletin of The National University of Water and Environmental Engineering* (4 (92)). 23-36. Retrieved from <https://ep3.nuwm.edu.ua/22100/>
11. **Choo, Y.-M., Kim, J.-G., & Park, S.-H. (2021).** A Study on the Friction Factor and Reynolds Number Relationship for Flow in Smooth and Rough Channels. *Water*, 13, 1714. <https://doi.org/10.3390/w13121714>
12. **Guseinova, E., Mukhamadeev, E., Gilmanova, A., Filimonov, O., & Galiullina, I. (2024).** Determination of the coefficient of hydraulic friction and factors reducing the value of hydraulic resistance along the length. *E3S Web of Conferences*, 524, 03035. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202452403035> [https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2024/524/e3sconf\\_apec-vii-2024.pdf](https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2024/524/e3sconf_apec-vii-2024.pdf)
13. **Arifjanov, A. (2020).** Hydraulic Friction Coefficient at Hydraulic Mixing Movement in Pressurized Pipelines. *Journal of Advanced Research in Dyn*

## REFERENCES

1. **Konstantinov, Yu.M., & Gizha, O.O. (2002).** *Technical mechanics of liquids and gases*. Textbook. Kyiv. [in Ukrainian]
2. **Tkachuk, O. A. (2022).** *Hydraulic calculations of pipeline systems of water supply and drainage*: Monograph. Rivne: NUWEE. Retrieved from <https://ep3.nuwm.edu.ua/23889/>
3. **Shevelev, F. A. (1953).** *Investigation of the main hydraulic regularities of turbulent motion in pipes*. Moscow: Stroyizdat. [in Russian]
4. **Dykarevsky, V. S., Yakubchik, P. P., Prodous, O. A., & Konstantinov, Yu. M. (1984).** *Hydraulic calculation and installation of water pipes*

*amical and Control Systems*, 12(SP7), 1332–1336.  
<https://doi.org/10.5373/jardcs/v12sp7/20202233>

14. Kalenik, M., Chalecki, M., & Wichowski, P. (2023). Real Values of Local Resistance Coefficients during Water Flow through Welded Polypropylene T-Junctions. *Water*, 12, 895.  
<https://doi.org/10.3390/w12030895>

15. Orel, V., Pitsyshyn, B., & Konyk T. (2021). Hydrodynamical instability of newtonian flow before an axisymmetric sudden contraction. *Theory and Building Practice*. 3(2), 32–38.  
<https://doi.org/10.23939/jtbp2021.02.032>

16. Zeghadnia, L., Robert, J. L., & Achour, B. (2019). Explicit solutions for turbulent flow friction factor: A review, assessment and approaches classification. *Ain Shams Engineering Journal*, 10, 243-252. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2018.10.007>

17. Samie, M., Marusic, I., Hutchins, N., Fu, M.K., Fan, Y., Hultmark, M., & Smits, A. J. (2018). Fully-resolved measurements of turbulent

boundary layer flows up to  $Re_{\tau} = 20000$ . *Journal of Fluid Mechanics*, 851, 391-415.

<https://doi.org/10.1017/jfm.2018.508>

18. Mileikovskiy, V., & Tkachenko, T. (2020). Precise Explicit Approximations of the Colebrook-White Equation for Engineering Systems. *Proceedings of EcoComfort 2020*, 303–310. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-57340-9\\_37](https://doi.org/10.1007/978-3-030-57340-9_37)

19. Wichowski, P., Kalenik, M., Lal, A., Morawski, D., & Chalecki, M. (2021). Hydraulic and technological investigations of a phenomenon responsible for increase of major head losses in exploited cast-iron water supply pipes. *Water*, 13(11), 1604. <https://doi.org/10.3390/w13111604>

20. Praks P., & Brkić D. (2020) Review of new flow friction equations: Constructing Colebrook's explicit correlations accurately, *Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing.* 36(3), 41  
<https://doi.org/10.23967/j.rimni.2020.09.001>

## To the development of hydraulic regulations of turbulent flows in pipelines

Oleksandr Tkachuk

**Abstract.** The suitability of the previously obtained analytical dependence for determining the coefficients of hydraulic friction of pipelines with different types and values of roughness is confirmed. It is established that in a wide range of turbulent regimes in pipelines, the coefficients of hydraulic friction depend on two determining parameters: the hydraulic thickness of the boundary layer and the coefficient of proportionality of turbulent pulsations to averaged velocities. At the same time, the change in the value of the hydraulic thickness of the boundary layer from the influencing factors has a determining value on the type and nature of the dependence of the coefficients of hydraulic friction on the flow regimes. It is shown that the hydraulic thickness of the boundary layer depends on the molecular viscosity of the turbulent fluid flow and the relative hydraulic roughness of the pipelines, which in turn depend on the flow regimes and the state of the inner surface of the pipelines. The main influencing factors on it are the values of Reynolds numbers, coefficients of hydraulic friction and hydraulic roughness of pipes. Considering that the roughness of pipe walls depends on the types of roughness (smooth, sharp-topped, wavy, industrial depending on the method of pipe manufacturing, sandy), the sizes of the protrusions themselves, their shape and the methods of their location on the pipe walls (uniform, with different types of profiles, uneven in area, with significant rarely located tubercles of various shapes, etc.), a semi-empirical dependence has been proposed for determining the hydraulic thickness of the boundary layer. Its validity is confirmed by the correspondence to experimental data on determining the coefficients of hydraulic friction of pipelines of different materials, diameters and types of roughness in a wide range of Reynolds numbers (from  $4 \cdot 10^3$  to  $10^7$ ). Based on the processing of experimental data, numerical values of parameters for calculating the hydraulic thicknesses of the boundary layer and the coefficients of hydraulic friction of pipelines are determined. The accuracy of calculations using a simplified version of the proposed dependencies for determining the coefficients of hydraulic friction is estimated.

**Keywords:** hydraulic supports, hydraulic calculations, boundary layer, pipelines.

Стаття надійшла до редакції 20.02.2025