

# ВИКОРИСТАННЯ ЕКСПОНЕНЦІЙНОГО РОЗПОДІЛУ В ЯКОСТІ СИНТЕТИЧНОЇ КРИВОЇ ОБ'ЄМУ СТОКУ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ОБСЯГУ ПОВЕРХНЕВОГО СТОКУ

Микола Ситніченко<sup>1</sup>, Ганна Анацька<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Державне підприємство «Науково-дослідний та конструкторсько-технологічний інститут міського господарства»,  
35, Митрополита Василя Липківського вул., м. Київ, Україна, 03035,  
<sup>1,2</sup> Донбаська національна академія будівництва і архітектури  
15, Карпатська вул., м. Івано-Франківськ, Україна, 76019

<sup>1</sup> канд. техн. наук, sytnichenko@ukr.net, orcid.org/0000-0003-3539-8525  
<sup>2</sup> anazkaya935@gmail.com, orcid.org/0000-0001-9695-5810

DOI: 10.32347/2524-0021.2024.46.43-47

**Анотація.** У роботі проаналізована проблема визначення об'єму стоку з басейну за допомогою методів моделювання стоку з використанням однопараметричного експоненціального розподілу. Використовуючи дані гідрометеорологічної служби про максимальну добову кількість опадів різної забезпеченості для деяких метеостанцій які розташовані по всій території України, були отримані залежності розподілу ймовірності добових шарів опадів, у вигляді загальної глибини опадів і загальної тривалості опадів. В результаті апроксимації розподілу ймовірності добових шарів опадів одержані значення частоти подій і середнього значення глибини добових шарів опадів для різних регіонів України й коефіцієнтів кореляції. Використання кумулятивного експоненціального розподілу надає можливість отримати синтетичну криву об'єму стоку для визначення обсягу річного поверхневого стоку який підлягає очищенню на очисних спорудах.

**Ключові слова:** поверхневий стік, об'єм стоку, опади, експоненційний розподіл, дощові води, гідрологія.

## ВСТУП

Поверхневий стік впливає на водні об'єкти періодично, причому інтенсивність впливу різко коливається. На території нашої країни основна кількість рідких опадів випадає у вигляді дощів малої інтенсивності. Отже, більша частина забруднень, що накопичуються на території водозбір-ного басейну виносяться у водойми з невеликими витратами води.

В роботі [1] зроблено висновок що правильний вибір обсягу стоку, який уловлюється та очищується, дуже важливий. Тому необхідно уловлювати переважну частину опадів у вигляді мікродощів, а не екстремальні явища, які використовуються в традиційній міській дренажній практиці з

метою боротьби з повеннями.

Існує багато рекомендацій щодо моделювання розподілу повних рядів даних про кількість опадів, таких як експоненціальний розподіл [2], однопараметричний розподіл Пуассона [3], двопараметрична модель гамма-розподілу [4]. Guo, J. C.Y. and Urbonas, B. [1] прийняли однопараметричний експоненціальний розподіл, який відповідає частотному розподілу глибини опадів.

## МЕТА І МЕТОДИ

Метою даного завдання є моделювання розподілу повних рядів даних про кількість опадів у вигляді загальної тривалості опадів і загальної глибини опадів за допомогою

кумулятивного експоненціального розподілу. Визначити середнє значення глибини добових шарів опадів для різних регіонів України. Використання експоненційного розподілу з визначеними параметрами надасть можливість отримати синтетичну криву об'єму поверхневого стоку який підлягає очищенню на очисних спорудах.

## РЕЗУЛЬТАТИ ТА ПОЯСНЕННЯ

У якості вихідних даних для побудови графіка функції розподілу ймовірності використовуються відомості про атмосферні опади зафіксовані метеостанціями і наведені в таблицях [5]. Для України позитивні середньомісячні температури повітря спостерігаються в період із квітня по жовтень.

Використовуючи методику побудови графіка функції розподілу ймовірності добових шарів дощу, запропоновану [6] отримані графіки функції розподілу ймовірності добових шарів опадів, що випадають у вигляді дощу для деяких метеостанцій які розташовані по всій території України (рис. 1) у вигляді загальної глибини опадів (суцільна лінія) і загальної тривалості опадів (штрихова лінія).

Далі за графіком функції розподілу ймовірності (рис. 1) визначені добові глибини опадів  $h_a$  для періодів однократного перевищення  $P = 0,05; 0,075$  і  $0,1$  року. У результаті чого отримуємо нижче наведену гістограму добових шарів рідких опадів для періодів повторюваності  $0,05; 0,075$  і  $0,1$  року (рис. 2).

Виходячи з гістограми ми бачимо що величина добового шару опадів для всієї території України не перевищують значення  $10,3$  мм і це значення майже збігається з ДБН В.2.5-75-2013. В якому зазначено що величина добового шару опадів для всієї території України при відсутності даних багаторічних спостережень допускається ухвалювати  $10$  мм, що забезпечує приймання на очищення не менш  $70\%$  річного обсягу поверхневого стоку.

Ймовірність дощу із заданою сумою опадів пов'язана із шаром опадів за законом розподілу незалежних подій Пуассона [7].

Функція надійності  $S(h)$  для кумулятивної функції розподілу  $F(h)$  (відносної кількості опадів за теплий період року) на інтервалі  $[0, \infty)$  якщо (шар опадів)  $H$  – безперервна випадкова величина виражається залежністю:

$$S|h| - P\{H > h\} = \int_h^\infty f|u|du - h - F|h|. \quad (1)$$

Ймовірність добового шару рідких опадів  $P$  виражається через експонентний розподіл відмов

$$P = 1 - e^{-\lambda \cdot h}, \quad (2)$$

де  $\lambda$  – інтервал повторюваності (частота події),  $\lambda = 1/h_m$ ;  $h$  – шар опадів, мм.

Результати апроксимації для різних регіонів України з одержанням відповідних частот повторюваності, середнього значення глибини добових шарів опадів й коефіцієнтів кореляції наведені в табл. 1.

Порівняння обчислених ймовірностей з даними гідрометеорологічної служби показує, обчислені значення й спостережувані дані дають практично дуже близькі значення з коефіцієнтами кореляції від  $0,93$  до  $0,99$ .

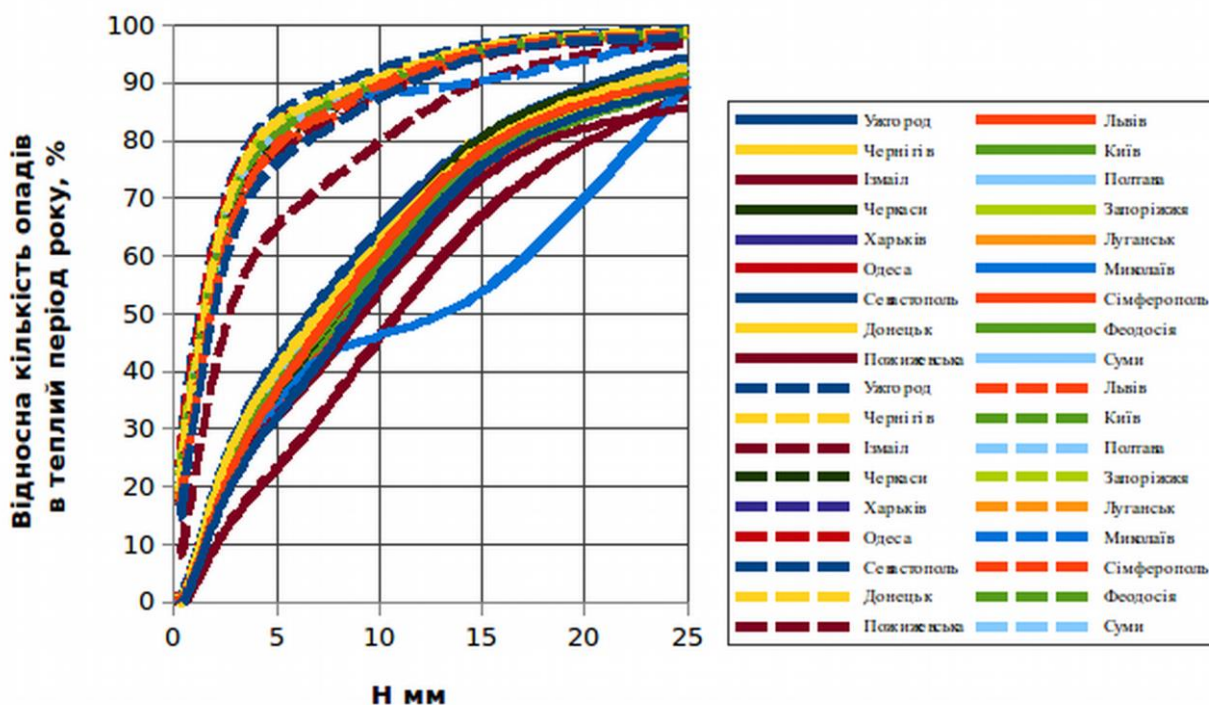
Згідно з існуючою методикою [6] для деяких метеостанцій України були визначені величини добових шарів рідких опадів. Застосована в ній методика побудови графіка функції розподілу ймовірності добових шарів дощу ґрунтується на використанні біноміального розподілу, з імовірністю настання події  $r$  раз за період в  $n$  років.

$$f(r, n, p) = P_r(r, n, p) = \binom{n}{r} p^r (1 - p)^{n-r}. \quad (3)$$

Біноміальний розподіл сходиться до розподілу Пуассона, якщо число випробувань наближається до нескінченності, у той час як добуток  $n \cdot p$  залишається фіксованим або, принаймні,  $p$  прагне до нуля. Тому розподіл Пуассона з параметром  $\lambda = n \cdot p$  можна використовувати як наближення до ймовірності  $P(n, p)$  біноміального розподілу, якщо  $n$  досить велике, а  $p$  досить мале.

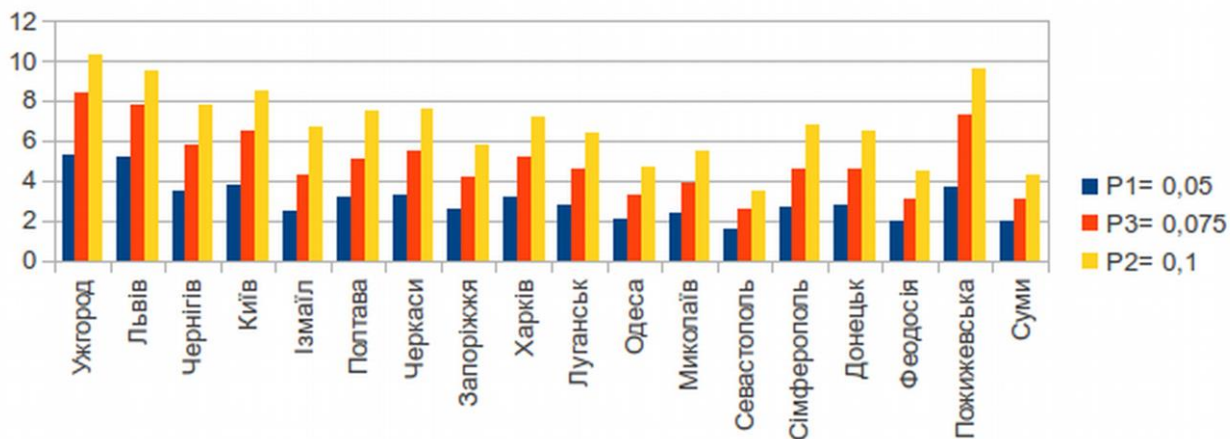
У даній роботі прийнято кумулятивний розподіл ймовірностей який має вигляд:

$$P_h(0 \leq d \leq h) = 1 - e^{-\frac{h}{h_m}}, \quad (4)$$



**Рис. 1.** Графік порівняння результатів функцій розподілу ймовірності добових шарів опадів, що випадають у вигляді дощу, для деяких метеостанцій України у вигляді загальної тривалості опадів (штрихові лінії) і загальної глибини опадів (суцільні лінії)

**Fig. 1.** Graph comparing the results of the probability distribution functions of daily layers of precipitation falling in the form of rain for some weather stations of Ukraine in the form of the total duration of precipitation (dashed lines) and the total depth of precipitation (solid lines)



**Рис. 2.** Кількість добових шарів рідких опадів (H) для населених пунктів України (згідно з методикою [6])

**Fig. 2.** Number of daily layers of liquid precipitation (H) for populated areas of Ukraine (according to the methodology [6])

**Табл.1.** Інтервал повторюваності й середнє значення глибини для різних регіонів України

**Table 1.** Recurrence interval and average depth value for different regions of Ukraine

Населений пункт	$\lambda$	$h_m$ середнє значення глибини	$R^2$
Ужгород	0,09097	10,993	0,99
Львів	0,09669	10,342	0,99
Чернігів	0,10595	9,439	0,99
Київ	0,10169	9,834	0,99
Ізмаїла	0,08066	12,398	0,99
Полтава	0,09899	10,102	0,99
Черкаси	0,10152	9,85	0,99
Запоріжжя	0,09255	10,805	0,99
Харків	0,10089	9,912	0,99
Луганськ	0,09807	10,196	0,99
Одеса	0,09572	10,448	0,99
Миколаїв	0,08521	11,736	0,93
Севастополь	0,11635	8,595	0,99
Сімферополь	0,09553	10,468	0,99
Донецьк	0,1047	9,551	0,99
Феодосія	0,08966	11,153	0,99
Пожижевська	0,08545	11,702	0,98
Суми	0,10693	9,352	0,99

де  $h$  – глибина опадів, і  $h_m$  – середня значення глибини опадів.

Рівняння (4) зображує розподіл ймовірності неперевищення глибини опадів,  $P_h$ , що представляє можливість мати глибину події,  $d$ , яка не перевищує проєктну глибину,  $h$ .

Кількість стоку з басейну можна пов'язати з проєктною глибиною опадів як:

$$Q = P - S = C \cdot P, \quad (5)$$

де  $P$  – глибина опадів;  $Q$  – глибина стоку;  $S$  – сума втрат;  $C$  – коефіцієнт стоку.

Підставляючи (5) у рівняння (4), отримаємо:

$$P_h(0 \leq d \leq h) = 1 - e^{\frac{-Q}{C \cdot h_m}}, \quad (6)$$

або експонентний розподіл зі зсувом

$$P_h(0 \leq d \leq h) = 1 - e^{\frac{-(P-S)}{C \cdot h_m}}. \quad (7)$$

Рівняння 7 надає фундаментальне розуміння процесу утворення стоку як розподілу серій опадів і можливість визначення ризику переповнення визначеного обсягу стоку.

У поточній практиці об'єм стоку з

басейна створюється за допомогою методів моделювання стоку з використанням тривалого безперервного запису опадів. Використання рівняння надає можливість отримати синтетичну криву об'єму стоку для визначення обсягу річного поверхневого стоку який підлягає очищенню на очисних спорудах.

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

1. Згідно з методикою [6] були отримані графіки функцій розподілу ймовірності добових шарів опадів, що випадають у вигляді дощу для всієї території України. Величини добового шару опадів для всієї території України не перевищують значення 10,3 мм.

2. Встановлено значення середньої глибини добових шарів опадів для деяких метеостанцій які розташовані по всій території України.

3. Рекомендується в якості апроксимації розподілу ймовірності добових шарів опадів використовувати однопараметричний експоненціальний розподіл для визначення обсягу поверхневого стоку який підлягає очищенню на очисних спорудах.

## ЛІТЕРАТУРА

1. **Guo J. C. Y., Urbonas B.** Runoff Capture and Delivery Curves for Storm-Water Quality Control Designs // *Journal of Water Resources Planning and Management*, 2002, 128(3), 208–215.
2. **Bedient P. B., Huber W. C.** *Hydrology and Floodplain Analysis*, 2nd Edition. New York: Addison Wesley Inc., 1992.
3. **Wanielista M. P., Yousef Y. A.** *Storm Water Management*. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1993.
4. **Woolhiser D. A., Pegram G. G. S.** Maximum Likelihood Estimation of Fourier Coefficients to Describe Seasonal Variations of Parameters in Stochastic Daily Precipitation Models // *J. of Applied Meteorology*, 1979, 18(1). 34-42.
5. **Научно-прикладной справочник по климату СССР** Серия 3, части 1-6, вып. 10 Украинская ССР Книга 1. Ленинград: Гидрометеиздат, 1990.
6. **Временные рекомендации по проектированию сооружений для очистки поверхностного стока с территории промышленных предприятий и расчету условий выпуска его в водные объекты.** Москва: ВНИИ ВОДГЕО, 1983.
7. **Алексеев М. И., Курганов А. М.** Организация отведения поверхностного (дождевого и талого) стока с урбанизированных территорий. Москва: АСВ, 2000.

## REFERENCES

1. **Guo, J. C. Y., & Urbonas, B. (2002).** Runoff Capture and Delivery Curves for Storm-Water Quality Control Designs. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 128(3), 208–215. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9496\(2002\)128:3\(208\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9496(2002)128:3(208))
2. **Bedient, P.B., & Huber, W.C. (1992).** *Hydrology and Floodplain Analysis*, 2nd Edition. Addison Wesley Inc., New York.
3. **Wanielista, M.P. and Yousef, Y.A. (1993).** *Storm Water Management*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
4. **Woolhiser, D.A., & Pegram, G.G. S. (1979).** Maximum Likelihood Estimation of Fourier Coefficients to Describe Seasonal Variations of Parameters in Stochastic Daily Precipitation Models. *J. of Applied Meteorology*, 18(1). 34-42. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1979\)018<0034:mleofc>2.0.co;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1979)018<0034:mleofc>2.0.co;2)
5. **Main Directorate of the Hydrometeorological Service under the Council of Ministers of the USSR (1990).** *Scientific and applied reference book on the climate of the USSR*. Series 3, parts 1-6, no. 10 Ukrainian SSR Book 1. Leningrad, Gidrometeoizdat. [in Russian]
6. **VНИИ ВОДГЕО (1983).** *Temporary recommendations for the design of structures for treating surface runoff from the territory of industrial enterprises and calculating the conditions for its release into water bodies*. Moskva. [in Russian]
7. **Alekseev, M. I., & Kurganov, A. M. (2000).** *Organization of drainage of surface (rain and melt) runoff from urbanized areas*. Moskva: ASV. [in Russian]

### Using the exponential distribution as a synthetic curve volume of runoff to determine the volume of surface runoff

*Mykola Sytnichenko, Hanna Anatska*

**Abstract.** The paper analyzes the problem of determining the volume of runoff from the basin by means of runoff simulation methods using a one-parameter exponential distribution. Using the data of the hydrometeorological service on the maximum daily amount of precipitation of various types for some weather stations located throughout the territory of Ukraine, the dependencies of the probability distribution of daily precipitation layers were obtained, in the form of the total depth of precipitation and the total duration of precipitation. As a result of the approximation of the probability distribution of daily precipitation layers, the values of the frequency of events and the average value of the depth of daily precipitation layers for different regions of Ukraine and correlation coefficients were obtained. The use of the cumulative exponential distribution makes it possible to obtain a synthetic curve of the volume of runoff to determine the volume of annual surface runoff that is subject to treatment at treatment facilities.

**Keywords:** surface runoff, volume of runoff, precipitation, exponential distribution, stormwater, hydrology.

*Стаття надійшла до редакції 09.11.2023*