

ВИЗНАЧЕННЯ ДІЙСНИХ КОНЦЕНТРАЦІЙ І ШВИДКОСТЕЙ ФАЗ В ЕРЛІФТНИХ ТРЬОХФАЗНИХ ТЕЧІЯХ

Степан Кріль¹, Ірина Скороход², Володимир Фадеїчев³,
Людмила Орлова⁴

Інститут гідромеханіки Національної академії наук України
8/4, вул. Желябова, м. Київ, 03057

¹ доктор техн. наук, igmkiril@gmail.com, orcid.org/0000-0002-4300-7312

² канд. фіз.-мат. наук, irasko2016@gmail.com, orcid.org/0000-0002-4500-3614

³ головн. інж.-гідрот., v.fadeichev@gmail.com, orcid.org/0000-0003-4994-1306

⁴ провідний інж.-математик, luor@i.ua, orcid.org/0000-0002-0194-165X

DOI: 10.32347/2524-0021.2023.45.44-51

Анотація. Розглядається одномірна висхідна усталена течія суміші повітря, води і твердих часток в піднімальній вертикальній трубі ерліфта. В якості фізичної моделі дана трьохфазна течія уявляється як сумісний рух пульпи (суміш рідини і твердих часток) і стиснутого повітря у формі снарядів. Припускається, що підйом твердого матеріалу здійснюється рідинними пробками, які рухаються у проміжках між повітряними снарядами. Мета роботи полягає у визначенні дійсних концентрацій і швидкостей фаз як одних із важливих гідродинамічних характеристик течії. Використано метод статистичного осереднення цих характеристик, аналогічний теоретико-імовірнісному методу осереднення в теорії турбулентності, основою якого є перехід від розгляду однієї тільки течії до розгляду статистичної сукупності аналогічних течій, здійснюваних при практично однакових умовах. Дійсні концентрації фаз у будь-якому заданому живому перерізі течії розглядаються в сенсі безумовної імовірності проходження тієї чи іншої фази через переріз. Для визначення дійсних швидкостей фаз використано гідравлічні рівняння нерозривності, що містять осереднені за імовірністю гідродинамічні величини і описують кожну фазу окремо як деякий континуум у статистичному розумінні. При цьому дійсна швидкість тієї чи іншої фази у будь-якому заданому живому перерізі визначається як статистичне середнє значення швидкості за умови, що дана фаза явно перетинається перерізом. Одержані вирази для дійсних концентрацій і швидкостей фаз закладають собою теоретичне підґрунтя для побудови гідравлічної математичної моделі трьохфазної течії стосовно проблеми розрахунку ерліфта.

Ключові слова : ерліфт, трьохфазна течія, дійсні концентрації і швидкості фаз.

ВСТУП

Потоки гетерогенних трьохфазних сумішей в вертикальних трубах стосуються в основному ерліфтів, призначених для гідропідйому корисних копалин за допомогою спливаючого стиснутого повітря при видобутку їх на морському та океанічному шельфі. Про широке практичне використання глибоководних ерліфтів в гірничо-морській промисловості свідчать, зокрема, дані, наведені в [1]. Також широко застосовуються й неглибоководні

так звані короткі ерліфти для гідропідйому гірничих мас на гідрощахтах [2].

Висхідний усталений рух трьохфазної суміші, як і двофазної газорідинної, в вертикальній трубі турбулентний і нерівномірний. Внаслідок пониження тиску уздовж потоку змінюються у цьому ж напрямку не тільки об'єм і густина газової фази, а й гідродинамічні характеристики суміші. Окрім цього, течії гетерогенних сумішей можуть мати різну морфологічну структуру: бульбашкову, снарядну, кільцеву і дисперсну [3]. Установлено, що при бульбашковій структурі течії

твердий матеріал транспортується в основному водою, при дисперсній і кільцевій – повітрям, а при снарядній переважно рідинними пробками. При цьому в глибоководних ерліфтних гідропідійомниках снарядна структура течії реалізується

найбільш часто і розповсюджується на 65-75% від довжини піднімальної труби [4]. У зв'язку з цим нижче розглядатиметься ерліфт лише зі снарядною структурою трьохфазної течії. Схема його зображена на рис.1.

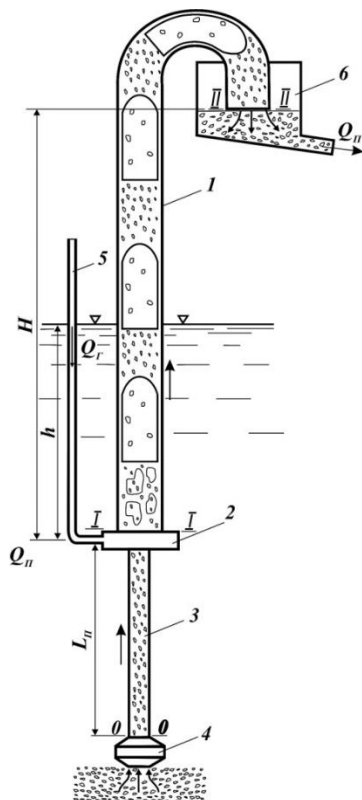


Рис.1. Принципова схема ерліфта: 1 – піднімальна труба; 2 – змішувач повітря і пульпи; 3 – подаюча труба; 4 – ґрунтозабірник; 5 – труба для подачі стиснутого повітря; 6 – приймач пульпи

Fig. 1. Schematic diagram of the airlift: 1 – lifting pipe; 2 – air and pulp mixer; 3 – supply pipe; 4 – soil collector; 5 – compressed air supply pipe; 6 – pulp receiver

В основі принципу дії ерліфта лежать: потенціальна енергія стиснутого повітря, робота виштовхувальної сили Архімеда, діючої на тверді частки і повітряні снаряди, та потенціальна енергія надлишкового тиску у початковому перерізі піднімальної труби.

Основна задача гідравлічного розрахунку ерліфта полягає у визначенні гідродинамічних характеристик трьохфазної течії в піднімальній трубі і побудові на їх основі витратних характеристик ерліфта щодо пульпи у цілому та твердої і рідинної фаз осібно. Для цього наразі використовують модель трьохшвидкісну трьохфазної течії, побудовану зазвичай

на основі базових диференціальних рівнянь збереження маси і імпульсу фаз з використанням емпіричних співвідношень [5-13]. Щоправда, побудована таким чином гідродинамічна модель трьохфазної течії не урахує потужності сили міжфазової гідродинамічної взаємодії у відносному осередненому русі фаз і пов'язаних з цією потужністю втрат напору на ковзання фаз. Саме в цьому і полягає основний недолік моделі. Оскільки потужність сили міжфазової гідродинамічної взаємодії відноситься до енергетичних характеристик, енергетичну модель ерліфтних трьохфазних течій доцільно будувати на основі базових гідравлічних рівнянь

нерозривності і енергобалансу (рівняння Бернуллі). Наразі аналогічний підхід використано для побудови енергетичної моделі двофазних газорідинних ізотермічних течій зі снарядною структурою в неглибоководних ерліфтах [14]. В результаті вирішено низку важливих питань теорії ерліфта. Зокрема, визначено повні втрати гідродинамічного напору, які складаються із втрат як на тертя, так і на ковзання фаз, при цьому показано, що втрати на ковзання фаз можуть складати від 30 до 90 відсотків від повних втрат. Також розроблено методику розрахунку витратних характеристик такого роду ерліфтів, достовірність якої забезпечується цілком задовільним збігом розрахункових витратних характеристик з експериментальними.

Для побудови замкнутої трьохшвидкісної моделі трьохфазної течії на основі базових гідравлічних рівнянь нерозривності і енергобалансу необхідно, у першу чергу, попередньо визначити дійсні концентрації і швидкості фаз. Цьому питанню, власне, і присвячена дана стаття.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Дійсні концентрації фаз

При визначенні дійсних концентрацій фаз, як і дійсних швидкостей, розглядається спрощена фізична модель трьохфазного потоку. Оскільки в ерліфтних трьохфазних течіях зі снарядною структурою провідну роль в процесі транспортування твердого матеріалу відіграє рідинна фаза, припускається, що підйом твердого матеріалу здійснюється саме тією фазою. У даному випадку трьохфазна течія уявляється як сумісний почерговий рух пульпових пробок і повітряних снарядів. Для такого потоку характерними є області, які позначимо відповідно символами: G – уся область потоку пульпоповітряної суміші в піднімальній трубці ерліфта; G_1, G_2 – частина області G , заповнена повітряними снарядами і пульпою; G_w, G_s – частина області G_2 , заповнена рідинною і твердою фазами. Таким чином,

$$G = G_1 \cup G_2, \quad (1)$$

$$G = G_w \cup G_s. \quad (2)$$

Дійсну концентрацію тієї чи іншої фази у довільному живому перерізі потоку визначають, зазвичай, як відношення частини площі перерізу, зайнятої фазою, до усієї площі [2]. Однак, ураховуючи випадковий характер можливого перетинання фази даним живим перерізом, а також випадковість значень частини площі перерізу, зайнятої фазою, доцільно використати статистичний підхід до визначення дійсних концентрацій фаз. Тобто, необхідно перейти від розгляду однієї-єдиної течії пульпоповітряної суміші до статистичної сукупності аналогічних течій, реалізовуваних при практично однакових умовах.

Позначимо через $\varphi_r, \varphi_w, \varphi_s$ дійсні концентрації газової, рідинної і твердої фаз. У довільному живому перерізі ці концентрації практично визначаються за наступними формулами, відповідно

$$\varphi_r = n_1, \quad (3)$$

$$\varphi_s = n_2 \frac{F_s}{F}, \quad (4)$$

$$\varphi_w = n_2 \frac{F_w}{F}, \quad (5)$$

де n_1, n_2 – частота почергового проходження повітряних снарядів і пульпових пробок через заданий живий переріз; F_s, F_w – середнє статистичне значення частини площі живого перерізу, зайнятої твердою і рідинною фазами. Склавши рівняння (3) – (5), одержимо

$$\varphi_r + \varphi_w + \varphi_s = 1. \quad (6)$$

Ураховуючи, що $\varphi_w + \varphi_s = \varphi_n$, де φ_n – дійсна концентрація пульпових пробок у висхідному пульпогазовому потоці, перепишемо рівняння (6) у вигляді

$$\varphi_r + \varphi_n = 1. \quad (7)$$

Звідси випливає, що

$$\varphi_n = 1 - \varphi_r. \quad (8)$$

У разі достатньо великого числа вимірювання концентрацій при практично однакових умовах, величини n_1, n_2, φ_w і φ_s слід розглядати як безумовну імовірнісну концентрацію газу, пульпових пробок, рідинної і твердої фаз. Припускаючи

рівномірний характер розподілу твердого матеріалу в пульповій пробці, на підставі ергодичної гіпотези можемо написати

$$\frac{F_s}{F} = S, \quad (9)$$

$$\frac{F_w}{F} = 1 - S, \quad (10)$$

де S – об’ємна концентрація твердого матеріалу в пульпових пробках.

Підставляючи вирази (9) і (10) в рівняння (4) і (5) відповідно та ураховуючи (8), будемо мати

$$\varphi_s = (1 - \varphi_r)S, \quad (11)$$

$$\varphi_w = (1 - \varphi_r)(1 - S). \quad (12)$$

Склавши рівняння (1.11) і (1.12), одержуємо формулу (1.8), а у разі підстановки цих рівнянь в (1.6) – одиницю.

Об’ємна концентрація S зазвичай задається і приймається рівною середній об’ємній концентрації твердого матеріалу в пульпі, що рухається вверх у подаючій трубці ерліфта і поступає у змішувач (див. рис.1). Однак, якщо величину S попередньо задати неможливо, вона повинна визначатися шляхом розв’язання відносно S рівняння (21), одержаного у наступному пункті 2. Що стосується концентрації стиснутого повітря φ_r , то у випадку пульпо газового потоку зі снарядною структурою вона визначається аналогічно, як і у випадку двофазної водоповітряної течії з такою ж структурою. Тож, можемо написати, по аналогії з [15],

$$\varphi_r = \frac{(1-\kappa)\beta_r}{1-\kappa\beta_r}; \quad (13)$$

$$\kappa = \frac{0,167}{1-0,833\beta_{cp}}; \quad (14)$$

$$\beta_r = \frac{\bar{Q}_0}{\bar{Q}_0 + \bar{Q}_n \bar{P}}; \quad (15)$$

$$\beta_{cp} = \frac{\bar{Q}_0}{\bar{Q}_0 + \bar{Q}_n \bar{P}_{cp}}; \quad (16)$$

$$\bar{P} = \bar{P}_1 - (\bar{P}_1 - 1)\bar{z}; \quad (17)$$

$$\bar{P}_{cp} = \frac{1}{2}(\bar{P}_1 + 1); \quad (18)$$

$$\bar{P}_1 = \frac{P_1}{P_{atm}}; \quad (19)$$

$$\bar{z} = \frac{z}{H}. \quad (20)$$

Тут P, P_{cp}, P_1 – абсолютний тиск у довільному перерізі піднімальної труби, середній за довжиною труби абсолютний тиск і значення абсолютного тиску у початковому перерізі; Q_0, Q_n – об’ємна витрата вільного повітря при нормальних (технічних) умовах і об’ємна витрата пульпи; β_r, β_{cp} – об’ємна витратна концентрація газу і її значення при середньому абсолютному тиску; z – вертикальна координата; H – висота підйому пульпогазової суміші відносно змішувача; рискою зверху позначено безрозмірні гідродинамічні величини. Попутно відзначимо, що лінійний характер зміни тиску, якому відповідає рівняння (17), стосується неглибоководних промислових ерліфтів.

Викладена вище методика розрахунку концентрації газової фази в пульпогазовому потоці відрізняється від аналогічної методики розрахунку концентрації газу в двофазній водоповітряній течії тим, що β_r і β_{cp} у першому випадку містять об’ємну витрату пульпи Q_n , а у другому – об’ємну витрату води Q_w .

Отже, визначивши концентрацію φ_r за формулою (13), визначаємо концентрації φ_s і φ_w за формулами (11) і (12) відповідно.

Дійсні швидкості фаз

Для визначення швидкостей u_w, u_s і u_r використаємо гідралічні рівняння нерозривності окремо для рідинної, твердої і газової фаз, а саме

$$u_w \varphi_w F = (1 - C_{cp}) Q_n; \quad (21)$$

$$u_s \varphi_s F = C_{cp} Q_n; \quad (22)$$

$$\rho_r u_r \varphi_r F = \rho_0 Q_0. \quad (23)$$

Перетворимо ці рівняння до безрозмірного вигляду. У результаті ділення кожного із них на \sqrt{gH} та подальших простих перетворень одержимо відповідно

$$\bar{u}_w = \frac{4(1-C_{cp})}{\pi \varphi_w} \bar{Q}_n; \quad (24)$$

$$\bar{u}_s = \frac{4 C_{cp}}{\pi \varphi_s} \bar{Q}_n; \quad (25)$$

$$\bar{u}_r = \frac{4 \rho_0}{\pi \rho_r \varphi_r} \bar{Q}_0, \quad (26)$$

де безрозмірні величини $\bar{u}_w = \frac{u_w}{\sqrt{gH}}$, $\bar{u}_s = \frac{u_s}{\sqrt{gH}}$, $\bar{u}_r = \frac{u_r}{\sqrt{gH}}$; $\bar{Q}_n = \frac{Q_n}{D^2\sqrt{gH}}$; $\bar{Q}_0 = \frac{Q_0}{D^2\sqrt{gH}}$.

Розглянемо рівняння (24), при цьому попередньо зробимо певні перетворення виразу (11) щодо визначення φ_w . Підставивши (13) в (11), матимемо

$$\varphi_w = (1-s) \left(\frac{1-\beta_r}{1-\kappa\beta_r} \right)$$

бо, з урахуванням (15) і подальших перетворень,

$$\varphi_w = (1-s) \frac{\bar{P}\bar{Q}_n}{(1-\kappa)\bar{Q}_0 + \bar{P}\bar{Q}_n}, \quad (27)$$

Отже, підставивши (27) у рівняння (24), одержуємо, остаточно

$$\bar{u}_w = \frac{4(1-C_p)\bar{Q}_0(1-\kappa) + \bar{Q}_n\bar{P}}{\pi(1-s)\bar{P}}. \quad (28)$$

У частковому випадку, коли відсутня тверда фаза, отож $S = 0$ і $\bar{Q}_n = \bar{Q}_w$, із (28) випливає

$$\bar{u}_w = \frac{4(1-\kappa)\bar{Q}_0 + \bar{P}\bar{Q}_w}{\pi\bar{P}}. \quad (29)$$

Рівняння (29) співпадає з відповідним рівнянням для потоку водоповітряної суміші [5].

Переходимо до розгляду рівняння (25). Оскільки вираз (12) перетворюється з урахуванням (13) і (15) до вигляду

$$\varphi_s = s \frac{\bar{Q}_n\bar{P}}{\bar{Q}_0(1-\kappa) + \bar{Q}_n\bar{P}}, \quad (30)$$

рівняння (2.5) можемо переписати так

$$\bar{u}_s = \frac{4C_p\bar{Q}_0(1-\kappa) + \bar{Q}_n\bar{P}}{\pi S\bar{P}}. \quad (31)$$

Що стосується визначення швидкості \bar{u}_r , то попередньо зробимо певні перетворення щодо рівняння (26). Співвідношення густин $\frac{\rho_0}{\rho_r}$, що міститься у (26), визначимо із рівняння термодинамічного стану газу для ізотермічної течії, яке у разі абсолютної температури $T = \text{const}$ має наступний вигляд $\frac{P}{\rho_r} = \text{const}$ або

$$\frac{P}{\rho_r} = \frac{P_{atm}}{\rho_0}. \quad (32)$$

Звідси

$$\frac{\rho_0}{\rho_r} = \frac{1}{\bar{P}}. \quad (33)$$

Далі, підставивши (15) в рівняння (13), одержуємо

$$\varphi_r = \frac{(1-\kappa)\bar{Q}_0}{(1-\kappa)\bar{Q}_0 + \bar{P}\bar{Q}_n}. \quad (34)$$

Отже, з урахуванням виразів (33) і (34), формула (26) набуває вигляду

$$\bar{u}_r = \frac{4(1-\kappa)\bar{Q}_0 + \bar{P}\bar{Q}_n}{\pi(1-\kappa)\bar{P}}. \quad (35)$$

Тепер задача полягає у визначенні витратної концентрації C_p , що міститься у рівняннях (28) і (31). Для цього будемо виходити з наступних міркувань.

Розглянемо висхідний вертикальний одномірний потік пульпи у подаючій трубці ерліфта. Напишемо гідравлічні рівняння нерозривності окремо для рідинної і твердої фаз:

$$u_{n,w}(1-S)F_0 = (1-C_p)Q_n, \quad (36)$$

$$u_{n,s}SF_0 = C_pQ_n, \quad (37)$$

де $u_{n,w}$, $u_{n,s}$ – істинна середня швидкість рідинної і твердої фаз пульпи.

Із рівнянь (36) і (37) одержуємо, відповідно,

$$u_{n,w} = \frac{(1-C_p)Q_n}{(1-S)F_0}, \quad (38)$$

$$u_{n,s} = \frac{C_pQ_n}{SF_0}. \quad (39)$$

У результаті віднімання рівняння (39) від рівняння (38) та елементарних перетворень будемо мати

$$u_{n,w} - u_{n,s} = \frac{S-C_p}{(1-S)S} \frac{Q_n}{F_0}. \quad (40)$$

Ураховуючи, що $u_{n,w} - u_{n,s} = w_s$, де w_s – гідравлічна крупність твердих часток при їх груповому падінні у наповненій водою вертикальній трубці, переписемо рівняння (40) у вигляді

$$\frac{S-C_p}{(1-S)S} \frac{Q_n}{F_0} = w_s.$$

Із цього рівняння знаходимо вираз для

$$C_p : C_p = S \left[1 - \frac{w_s F_0}{Q_n} (1-S) \right]. \quad (41)$$

Згідно з (41), у висхідному потоці пульпи витратна об'ємна концентрація C_p завжди менша від об'ємної концентрації S , що пов'язано із різницею істинних швидкостей фаз.

На величину w_s впливають, зокрема, середній діаметр твердих часток d_s , діаметр подаючої труби D_0 і концентрація S . У зв'язку з цим гідравлічну крупність w_s зазвичай визначають за формулою (37-39).

$$w_s = w_0 \left[\left(1 - \left(\frac{d_s}{D_0} \right)^2 \right) (1 - S)^n \right], \quad (42)$$

де w_0 – гідравлічна крупність поодинокі твердої частки; показник степеня n залежить від числа Рейнольдса для твердих часток $Re_s = \frac{w_0 d_s}{\nu_w}$, де ν_w – кінематична в'язкість рідинної фази.

Для установлення залежності $n(Re_s)$ нами узагальнено експериментальні дані щодо вимірювання групової гідравлічної крупності твердих часток у вертикальних висхідних потоках води [18-21], охоплюючи широкий діапазон крупності, густини і об'ємної концентрації твердих часток. Наприклад, крупність d_s змінювалася від 0,1 до 8,7 мм, а відносна густина $\frac{\rho_s}{\rho_w}$ – від 1,06 до 11,25. В результаті установлено, що емпірична залежність $n(Re_s)$ задовільно описується функцією

$$n = 4,1 - 2,1 \operatorname{sign} x_0 \operatorname{th} \left(\frac{1}{2} |x_0|^{4/3} \right), \quad (43)$$

$$x_0 = \lg Re_s - 0,7, \quad (44)$$

область використання якої відповідає досить широкому діапазону зміни чисел Re_s від 10^{-2} до 10^5 і більше. Зокрема, при $Re_s = 10^{-2}$ розрахункове значення $n = 6,15$, а при $Re_s \geq 10^5$ - значення $n = 2$. Середнє арифметичне відносне відхилення розрахункових значень n від експериментальних становить біля $\pm 4\%$.

ВИСНОВОК

Одержані в даній роботі формули щодо визначення дійсних осереднених за імовірністю концентрацій і швидкостей фаз трьохфазних течій в ерліфтних гідропідйомниках слід розцінювати у цілому як проміжний, але вкрай необхідний, результат на шляху створення енергетичної гідравлічної моделі такого роду течій і розробки на її основі методики розрахунку параметрів робочого процесу ерліфта.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Кириченко Е.А.** Механика глубоководных гидротранспортных систем в горном деле: монография. Днепропетровськ: Национальный горный университет, 2009. 344 с.
2. **Энциклопедия эрлифтов:** монография / Папаяни Ф.А. и др.; Москва: ИнформСвязь-Издат, 1995. 592с.
3. **Уоллис Г.** Одномерные двухфазные течения. Москва: Мир, 1997. 440 с.
4. **Моделирование** гидродинамических процессов в глубоководных пневмотранспортных системах: монография / Кириченко Е.А. и др.; Днепропетровськ: Национальный горный университет. 2012. 267 с.
5. **Кириченко Е.А., Романюков А.В., Евтеев В.В., Кириченко В.Е.** К вопросу замыкания трехскоростной модели трехфазного течения применительно к расчету глубоководного эрлифта // Национальный гірничий університет. 2007. №29.
6. **Weber, M.** Vertical hydraulic conveying of Solids by air-lift // Journal of Pipelines. 1982. N3. P.137-152.
7. **Fujimoto, H., Murakami, S., Amura, A., Takuda, H.** Effect of local pipe bends on pump performance of a small air-lift system in transporting solid particles // Int. J. of Heat Fluid Flow, 2004. 25. P.996-1005.
8. **Kassab, S. Z., Kandil, H. A., Warda, H. A., Ahmedb, W. H.** Experimental and analytical investigations of airlift pumps operating in three-phase flow // Chem. Eng. J., 2007. 131. P.273-281.
9. **Mahrous, A.-F.** Numerical study of Solid Particles-Based Airlift Pump Performance // Wseas Trans. Appl. Theor. Mech., 2012. 7,3, p.221-230.
10. **Yoshinaga T., Sato Y.** Performance of an air-lift pump for conveying coarse particles // Intern. J. Multiph. Flow. 1996. 22(2). P.223-238.
11. **Hatta N., Fujimoto H., Isobe M., Kang J.** Theoretical analysis of flow characteristics of multiphase mixture in a vertical pipe // Intern. J. Multiph. Flow. 1998. 24(4). P.539-561.
12. **Kato H., Tamija S., Miyazava T.** A study of an air-lift pump for solid particles and its application to marine engineering. JSME 18(117). 1975. P.286-294.
13. **Margaris D. P., Papanikas D. G.** A generalized gas-liquid-solid three-phase flow analysis for air-lift pump design // J. Fluids Eng. ASME: 119. 1997. P.995-1002.

14. **Кріль С. І.** Енергетична модель газорідних течій в ерліфтах // Гідродинаміка і акустика. 2019. Т.1(91). №3. С.334-354.
15. **Кріль С. І., Кононенко А. П.** Определение истинного газосодержания водовоздушного потока в подъемной трубе эрлифта // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2014, вип.23. С.154-162.
16. **Кріль С. І., Скороход І. В., Фадєичев В. В., Орлова Л. С.** К вопросу об определении расходной характеристики эрлифта на основе гидравлических уравнений газожидкостного потока в вертикальной трубе // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2015, вип.25. С.131-136.
17. **Кріль С. І.** К вопросу о влиянии концентрации твердых частиц суспензии на скорость их седиментации // Прикладна гідромеханіка, т.6(78), №3, 2004. С.41-47.
18. **Смолдырев А. Е.** Трубопроводный транспорт. Москва: Недра, 1970. 272 с.
19. **Миц Д. М., Шуберт С. А.** Гидравлика зернистых материалов. Москва: М-во коммун. хоз-ва РСФСР, 1955. 111с.
20. **Richardson I. F., Zaki W. N.** Sedimentation and Fluidisation. P1 // Trans. Inst. Chem. Eng. 1954, 32. P.35-53.
21. **Maude A. D., Withmore R. L.** A generalized theory of sedimentation // Brit. J. Appl. Phys. 1958. 9. N12 P.477-482.

REFERENCES

1. **Kirichenko, E. A. (2009).** *The Mechanics of Deepwater Hydrotransport Systems in Mining: monograph.* Dnipropetrovsk: National Mining University. [in Russian]
2. **Papayani, F. A., Kozyryatsiy, L. N. and others (1995).** Encyclopedia of airlifts. Moscow: Informatik. [in Russian]
3. **Wallis, G. (1997).** *One-dimensional Biphasic Flows.* Moscow: Mir. [in Russian]
4. **Kirichenko, E. A., Goman, O. G., Kirichenko, V. E., & Romanyukov, A. V. (2012).** *Modeling of Hydrodynamic Processes in Deep-sea Pneumatic Conveying Systems: monograph* Dnipropetrovsk: National Mining University. Retrieved from <http://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/1849> [in Russian]
5. **Kirichenko, E. A., Romanyukov, A. V., Evteev, V. V., & Kirichenko, V. E. (2007).** *On the Closure of a Three-speed Three-phase Flow Model as Applied to the Calculation of a Deep-water Airlift.* National Mining University, 29. [in Russian]
6. **Weber, M. (1982).** Vertical hydraulic conveying of Solids by air-lift. *Journal of Pipelines*, 3. 137-152.
7. **Fujimoto, H., Murakami, S., Amura, A., & Takuda, H. (2004).** Effect of local pipe bends on pump performance of a small air-lift system in transporting solid particles. *Int. J. of Heat Fluid Flow*, 25(6). 996-1005. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2004.02.025>
8. **Kassab, S. Z., Kandil, H. A., Warda, H. A., & Ahmedb, W. H. (2007).** Experimental and analytical investigations of airlift pumps operating in three-phase flow. *Chem. Eng. J.*, 131(1-3). 273-281. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2006.12.009>
9. **Mahrous A-F. (2012).** Numerical study of solid particles-based airlift pump performance. *WSEAS Trans Appl Theor Mech*, 7. 221-230. Retrieved from https://scholar.google.com/scholar_lookup?title=Numerical+study+of+solid+particles-based+airlift+pump+performance&author=A-F.+Mahrous&publication_year=2012&journal=WSEAS+Trans+Appl+Theor+Mech&page_s=221-230
10. **Yoshinaga, T., & Sato, Y. (1996).** Performance of an air-lift pump for conveying coarse particles. *Intern. J. Multiph. Flow*, 22(2). 223-238. [https://doi.org/10.1016/0301-9322\(95\)00067-4](https://doi.org/10.1016/0301-9322(95)00067-4)
11. **Hatta, N., Fujimoto, H., Isobe, M., & Kang J. (1998).** Theoretical analysis of flow characteristics of multiphase mixture in a vertical pipe. *Intern. J. Multiph. Flow*, 24(4). 539-561. [https://doi.org/10.1016/s0301-9322\(97\)00074-8](https://doi.org/10.1016/s0301-9322(97)00074-8)
12. **Kato, H., Tamija, S., & Miyazava T. (1975).** A study of an air-lift pump for solid particles and its application to marine engineering. *Bulletin of JSME* 18(117). 286-294. <https://doi.org/10.1299/jsme1958.18.286>
13. **Margaris, D. P., & Papanikas, D. G. (1997).** A generalized gas-liquid-solid three-phase flow analysis for air-lift pump design. *J. Fluids Eng. ASME*: 119(4). 995-1002. <https://doi.org/10.1115/1.2819528>
14. **Kril, S. I. (2019).** The energy model of gas-liquid flows in airlift. *Hydrodynamics and Acoustics*, 1(3). 334-354. <https://doi.org/10.15407/jha2018.03.334>
15. **Kril, S. I., & Kononenko, A. P. (2014).** Determination of the True Gas Content of the Air Flow in the Airlift Pipe. *Problems of Water Supply, Sewage and Hydraulics*, 23. 154-162. [in Ukrainian]

16. **Kril, S. I., Skorokhod, I. V., Fadeichev, V. V., Orlova, L. S. (2015).** To the Question of Determining the Flow Characteristics of Airlift based on the Hydraulic Equations of Gas-liquid Flow in a Vertical Pipe. *Problems of Water Supply, Swage and Hydraulics*, 25. 131-136. [in Ukrainian]
17. **Kril, S. I. (2004).** To the Question of the Effect of the Concentration of Solids on the Suspension on the Rate of their Sedimentation. *Applied Hydromechanics*, 6(3). 41-47. [in Russian]
18. **Smoldyrev, A. E. (1970).** *Pipeline Transport*. Moskow: Nedra. [in Russian]
19. **Mints, D. M., & Shubert, S. A. (1955).** *Hydraulics of Granular Materials*. Moskow: Ministry of Pub.Util. of RSFSR. [in Russian]
20. **Richardson, I. F., Zaki, W. N. (1997).** The Sedimentation and Fluidisation. P1. *Chemical Engineering Research and Design*, 75, 82-100 . [https://doi.org/10.1016/s0263-8762\(97\)80006-8](https://doi.org/10.1016/s0263-8762(97)80006-8)
21. **Maude, A. D., & Withmore, R. L. (1958).** A generalized theory of sedimentation. *Brit. J. Appl. Phys.*, 9(12). 477-482. <https://doi.org/10.1088/0508-3443/9/12/304>

Determination of active concentrations and velocities of phases in airlift three-phase flows

Stepan Kril, Iryna Skorokhod, Volodymyr Fadeichev, Lyudmyla Orlova

Abstract. A one-dimensional ascending steady flow of a mixture of air, water, and solids in a vertical lift pipe is considered. As a physical model, this three-phase flow is represented as the compatible movement of the pulp (a mixture of liquid and solid particles) and compressed air in the form of shells. It is assumed that the lifting of solid material is carried out by liquid plugs that move in the intervals between the air shells. The purpose of the work is to determine the actual concentrations and velocities of the phases as one of the important hydrodynamic characteristics of the flow. The method of statistical averaging of these characteristics is used, similar to the theoretical-probabilistic method of averaging in the theory of turbulence, the basis of which is the transition from consideration of a single flow to consideration of a statistical set of similar flows carried out under almost identical conditions. The actual phase concentrations in any given live current section are considered in terms of the unconditional probability of one or another phase passing through the section. To determine the true velocities of the phases, hydraulic continuity equations are used, containing probability-averaged hydrodynamic quantities and describing each phase individually as some continuum in the statistical sense. In this case, the true velocity of a phase in any given live section is defined as the statistical average of the velocity, provided that this phase clearly intersects the section. The expressions obtained for the real concentrations and velocities of the phases form the theoretical basis for the construction of a hydraulic mathematical model of the three-phase flow with respect to the problem of airlift calculation.

Key words: airlift, three-phase flow, real concentrations and phase velocities.

Стаття надійшла до редакції 20.10.2023