

АНАЛІЗ ВАРІАНТІВ РОЗРАХУНКУ СИЛИ ГІДРОСТАТИЧНОГО ТИСКУ МЕТОДОМ K123

Юрій Копаниця¹, Євген Павлов², Тетяна Толмачова³

Київський національний університет будівництва і архітектури³¹,
Повітрофлотський пр., м. Київ, Україна, 03037

¹ канд. техн. наук, kopanytsia.iud@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0002-9470-1902

² канд. техн. наук, pavlov.yei@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0002-9487-5136

³ tolmachova_ty@knuba.edu.ua, orcid.org/0009-0001-6200-036X

DOI: 10.32347/2524-0021.2023.43.4-15

Анотація. Впровадження в освітній процес запропонованих багатоваріантних прикладів вирішення задач вимагає розробки теоретичної бази й практичних прикладних досліджень із запровадженням та використанням інформаційних технологій в навчальному процесі. Розглянутий принцип багатоваріантності вирішення прикладів стандартних задач шляхом проведення обчислювального експерименту в системах комп'ютерної математики із використанням методів з різних розділів математики має бути покладено в основу навчального процесу. Досліджено варіанти реалізації єдиного авторського методу, у якому задіяні методи різних розділів математики: аналітична геометрія, інтегральне числення, чисельні методи, структури даних та алгоритми, об'єднання континуальної та дискретної математики.

Ключові слова: метод K123, сила гідростатичного тиску, розрахунок сили тиску.

ВСТУП

Представлено приклад шести альтернативних підходів використання системи комп'ютерної математики на базі опенсорсного проекту *CAS MAXIMA* для реалізації прикладу розрахунку однієї стандартної задачі, що базуються на авторському методі трьох команд K123 (с) Копаниця Ю.Д. [1-8]

Обмежений набір стандартних задач пропонується замінити веб-інтерфейсом із генерацією необмеженого об'єму наборів вихідних даних та серверними розрахунками. Стандартні формули задіяні для тестових розрахунках й перевірки роботи програмного коду, що є обов'язковим кроком при комп'ютерних розрахунках.

Стандартну відповідь кожної навчальної задачі бажано замінити самоперевіркою шляхом запровадження принципу багатоваріантного розрахунку, який базується на математичній культурі використання різних розділів математики.

Сучасний тренд розвитку технологій у навчальному процесі базується на використанні систем комп'ютерної математики для вирішення та аналізу результатів розрахунків, постановці обчислювального експерименту на основі стандартних типових задач, дослідження отриманих результатів, впровадження миттєвих он-лайн розрахунках на мобільних мікропроцесорних гаджетах та розробки відповідного клієнт-серверного програмного забезпечення із веб-інтерфейсом.

МЕТА І МЕТОДИ

Дослідження варіантів сучасних інженерних розрахунків типових задач визначення сили гідростатичного тиску зручно представити на тест-об'єкті простої форми [9].

У якості тест-об'єкту обираємо максимально простий класичний стандартний приклад – визначення сили гідростатичного тиску на вертикальну площку прямокутну поверхню із атмосферним тиском на вільній

поверхні рідини. Приклад, який наводиться у більшості підручників із «Технічної механіки рідини та газу» або «Гідравліки» у XIX – XXI століттях (далі тест-об’єкт), представлено вихідними даними, результатами розрахунку й графічною ілюстрацією за посиланням <https://www.k123.org.ua/en/jh03e.html>

(с) Kopynytsia Y.D (рис. 1). Результати онлайн розрахунку та генерація виводу параметрів вектору сили гідростатичного тиску й візуалізація епюри гідростатичного тиску за https://www.k123.org.ua/en/jg02e_r004.html посиланням (с) Kopynytsia Y.D. (рис. 2).

Рис.1. Online форма розрахунку сили гідростатичного тиску на плоску поверхню
Fig. 1. Online form for calculating the force of hydrostatic pressure on a flat surface

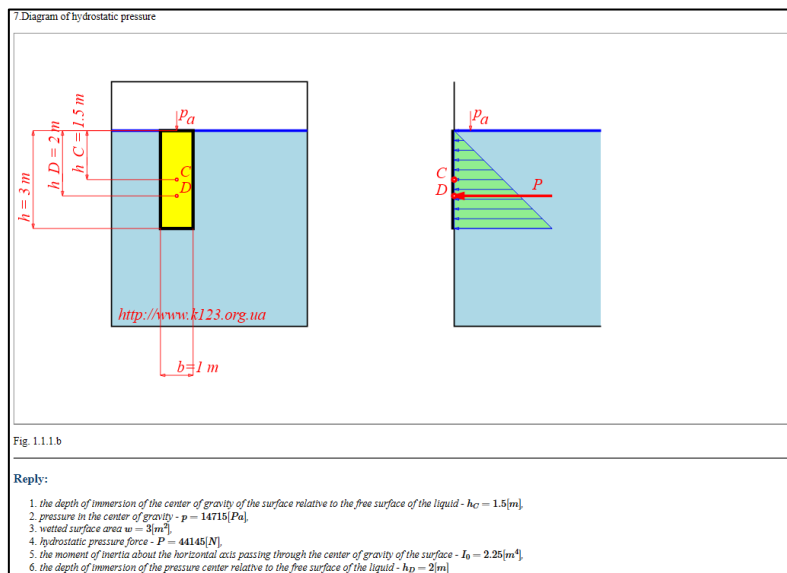


Рис.2. Результати онлайн розрахунку та генерація виводу параметрів вектору сили та рисунку епюри гідростатичного тиску
Fig. 2. The results of the online calculation and the generation of the output of the parameters of the force vector and the drawing of the plot of the hydrostatic pressure

Мета дослідження – дати відповідь на запитання: “Які обмеження у наведених стандартних розрахунках трьох параметрів векторної величини – сили гідростатичного тиску?” Представити варіанти нових сучасних алгоритмів й методів розрахунку типових задач гідростатики на базі авторського методу трьох команд K123 (с) Kopanytsia Y.D. на прикладі тестового розрахунку типового прикладу. У який спосіб підвищити математичну культуру використання методів різних розділів математики при вирішенні стандартних задач гідростатики. У який спосіб задіяти обчислювальний потенціал сучасних систем комп’ютерної алгебри при вирішенні стандартних задач гідростатики? Які розділи Вищої математики варто використовувати у розробці нових сучасних методів інженерного розрахунку у навчальному процесі [10-15]?

Метод дослідження - тестовий обчислювальний експеримент стандартної задачі гідростатики в *CAS MAXIMA*. В основу представлених варіантів розрахунку для тестового обчислювального експерименту покладено авторський «Метод трьох команд K123» © Копаниця Ю.Д. Показано як обчислювальний експеримент й багатоваріантність алгоритмів на основі методу K123 дозволяють отримати відповідь на вищезначені запитання [9].

Результат приведеного стандартного розрахунку параметрів вектору рівнодійної сили гідростатичного тиску дає відповідь тільки на частину запитань щодо визначення особливостей дії гідростатичного тиску на поверхню. Ми маємо характеристики загального ефекту дії тиску з боку рідини. А розрахунки базуються на загальновідомому методі обчислення моменту рівнодійної сили відносно довільної точки, яка лежить на лінії дії окремих складових сил - відоме "золоте правило механіки".

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

На практиці можуть бути поставлено питання визначення сумарної сили тиску рідини на окремі горизонтальні прошарки певної поверхні. Наприклад, визначити висоти горизонтальних прошарків поверхні за

умови, що на кожен частину сила гідростатичного тиску не повинна перевищувати певної заданої величини. За такою постановкою задачі, ми маємо справу із розрахунками абсолютних значень сил гідростатичного тиску, а не співвідношення їх відповідних моментів відносно вільної поверхні рідини.

Така постановка задачі вимагає розробки нових алгоритмів інженерного розрахунку із використанням методів інтегрального числення та графічних опцій сучасних систем комп’ютерної математики [10-15]. Саме така задача - розробка нових прикладних методів інженерного розрахунку типових навчальних задач у системах комп’ютерної алгебри поставлена у даному дослідженні. Звертаємо увагу, що термін "нових" використано у значенні "старих і, на жаль, не задіяних" добре відомих методів, що належать до золотого багажу розділів математики: інтегральне числення, прикладна та обчислювальна математика, аналітична геометрія тощо.

Проблему відсутності системного послідовного викладення інженерних дисциплін можна показати на наступному простому прикладі. Визначення сили гідростатичного тиску на плоску поверхню представлено стандартними формулами (онлайн посилання

https://www.k123.org.ua/en/jg02e_r004.html). Геометричний підхід – визначення центру ваги епюри гідростатичного тиску – для вирішення даної задачі практично майже не задіяно. Головне – не обговорюється спільна проблематика із приведенням системи паралельних сил у теоретичній механіці, та визначення центру ваги у задачах опору матеріалів. Така сама задача вирішується у курсі фізики й абстрактне приводиться у якості окремої вправи розрахунку визначеного інтеграла у курсі вищої математики у частині інтегрального числення.

Така сама задача вирішується у курсах:

- теоретична механіка, розділ статика;
- опір матеріалів;
- вища математика, розділ інтегральне числення;
- фізика, розділ механіка;

– технічна механіка рідини, розділ статика тощо.

Проблема полягає не у тому, що ми п'ять разів викладаємо один матеріал без будь-якого узагальнення та систематизації єдиного методу. Проблема у тому, що головні розрахункові методи ХХ – ХХІ століть ми й не назвали. Методи, які отримали друге народження у 60-х роках ХХ століття, так й не використовуються у якості ілюстрації можливості багатоваріантного вирішення однієї задачі у деяких вищезазначених навчальних курсах. На жаль, окремою групою стоять чисельні методи. Методи, які у свій час дозволили підняти точність розрахунку з 10^{-3} до точності 10^{-6} . Методи, які дозволили вирішувати задачі виходу людини у Космос. До речі, курс "Чисельні методи" виключено із освітніх програм 192 та 194 спеціальності. Навіщо майбутнім інженерам мати навички багатоваріантного розрахунку кожної задачі та використовувати системи комп'ютерної математики для розв'язування «простих» навчальних прикладів?

Вище означена проблема не нова. Така сама проблема постає при формуванні структури та змісту курсу Вищої математики. Відомий факт, що чотири Нобелівських лауреата (не математики) написали власні підручники з Вищої математики.

ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ

Формули прикладу стандартної задачі визначення сили гідростатичного тиску на тест-об'єкт у вигляді вертикальної прямокутної плоскої поверхні висотою $H = 3$ м та шириною $B = 1$ м представлено на рис. 3. Наведені результати розрахунку

використовуємо у подальших експериментах. Варіант відкритого веб-інтерфейсу із онлайн формами вводу вихідних даних реалізовано по технології CGI [7-11] представлено на рис. 1,2. Запропонований варіант веб-інтерфейсу дозволяє генерувати довільний набір вихідних даних, але для обмеженого типу задачі – розрахунок сили тиску на заданий об'єкт. Визначити висоту поверхні із силою тиску, яка дорівнює половині сумарної сили, за стандартними формулами не можливо. Координати центру тиску за стандартним алгоритмом визначається виключно відносно вільної поверхні рідини, що також показує обмеженість варіантів розрахунку:

$$h_C = \frac{H}{2} = 1.5[m]; \quad (1)$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h_C = 1000 \cdot 9.81 \cdot 1.5 = 14715[Pa]; \quad (2)$$

$$w = B \cdot H = 1 \cdot 3 = 3[m^2]; \quad (3)$$

$$I = \frac{B \cdot H^3}{12} = \frac{1 \cdot 3^3}{12} = 2.25[m^4]; \quad (4)$$

$$P = p \cdot w = 14715.0 \cdot 3 = 44145.0[N]; \quad (5)$$

$$h_D = h_C + \frac{I}{h_C \cdot w} = 1.5 + \frac{2.25}{1.5 \cdot 3} = 2[m]; \quad (6)$$

$$P_{test} = \frac{P}{2} = 22072.5[N]. \quad (7)$$

Розглянемо сучасні варіанти інженерного розрахунку тестового прикладу задачі в системі CAS MAXIMA.

Варіант 1. Класичний аналітичний розрахунок за методом трьох команд K123

Класичний аналітичний розрахунок за методом трьох команд K123 для означеного тест-об'єкту – плоска прямокутна поверхня – визначається за формулами 8-10:

$$P(h) = \int_0^H \rho \cdot g \cdot (H - h) \cdot B \cdot dh = 9810.0 \left(3h - \frac{h^2}{2} \right); \quad (8)$$

$$mP(h) = \int_0^H \rho \cdot g \cdot (H - h)^2 \cdot B \cdot dh = 9810.0 \left(\frac{h^3}{3} - 3h^2 + 9h \right); \quad (9)$$

$$h_D(h) = \frac{\left(\frac{h^3}{3} - 3h^2 + 9h \right)}{3h - \frac{h^2}{2}}. \quad (10)$$

Не важко перевірити, що підставляючи задану висоту $H = 3$ м у формули 8-10, ми маємо результати стандартного розрахунку за формулами 5 та 6. Але формули 8-10 отримано для заданих вихідних даних й вони спеціально представлені у вигляді функціональної залежності. Вони мають додатково самостійне значення – функціональну залежність сили тиску від висоти поверхні. У такий спосіб ми маємо можливість вирішувати тестову задачу задіявши графічні опції системи CAS MAXIMA.

Варіант 2. Класичний аналітичний розрахунок за методом трьох команд K123 й графіка CAS MAXIMA

Представимо графік (рис. 3) залежності сили гідростатичного тиску на тест-об’єкт та координати центру тиску при варіація висоти поверхні за допомогою формул 8 та 10. Висоту вимірюємо відносно нижньої кромки поверхні у заданих вихідних межах від 0 до 3 м.

Визначення функціональної залежності параметрів вектору рівнодійної сили гідростатичного тиску від висоти тест-об’єкту

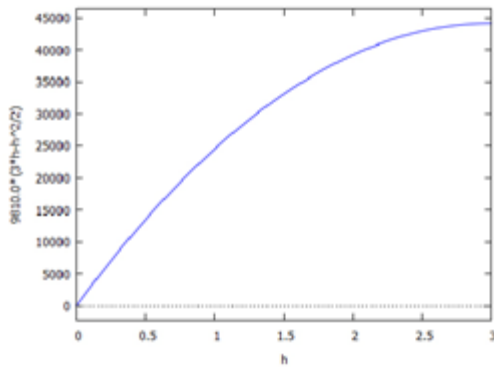
дозволяє задіяти графічні опції системи CAS MAXIMA й вирішувати задачу за рахунок масштабування графіків функцій.

Варіант 3. Класичний аналітичний розрахунок за методом трьох команд K123 й масштаб графіки CAS MAXIMA

Як отримати відповідь із наперед заданою точністю результату? Визначення висоти тест-об’єкта лежить на перетині двох графіків: залежності сили тиску (рис. 4, *a*) та графіку – горизонтальна лінія – на рівні сили тиску (ф. 7).

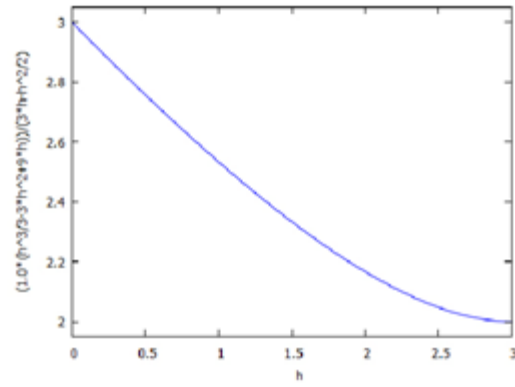
Міняємо масштаб графіки й отримуємо необхідну точність вирішення поставленої задачі графічним способом (рис. 4, *b*).

Величина висоти горизонтального про шарку тест-об’єкту лежить в межах 0,875 – 0,885 метрів відносно нижньої кромки поверхні. Точність відображення перетину графіків залежності сили тиску від висоти поверхні не обмежується другим знаком після коми. Ми маємо можливість міняти масштаб у будь-яких межах й отримати результат із наперед заданою точністю.



$$P(h) = 9810.0 \left(3h - \frac{h^2}{2} \right)$$

a



$$h_D(h) = \frac{\left(\frac{h^3}{3} - 3h^2 + 9h \right)}{3h - \frac{h^2}{2}}$$

b

Рис. 3. Залежність сили гідростатичного тиску та координати центру тиску від висоту тестового об’єкту: *a* – сила гідростатичного тиску; *b* – координата центру тиску відносно вільної поверхні рідини

Fig. 3. Dependence of the force of hydrostatic pressure and the coordinates of the center of pressure on the height of the test object: *a* – force of hydrostatic pressure; *b* – the coordinate of the center of pressure relative to the free surface of the liquid

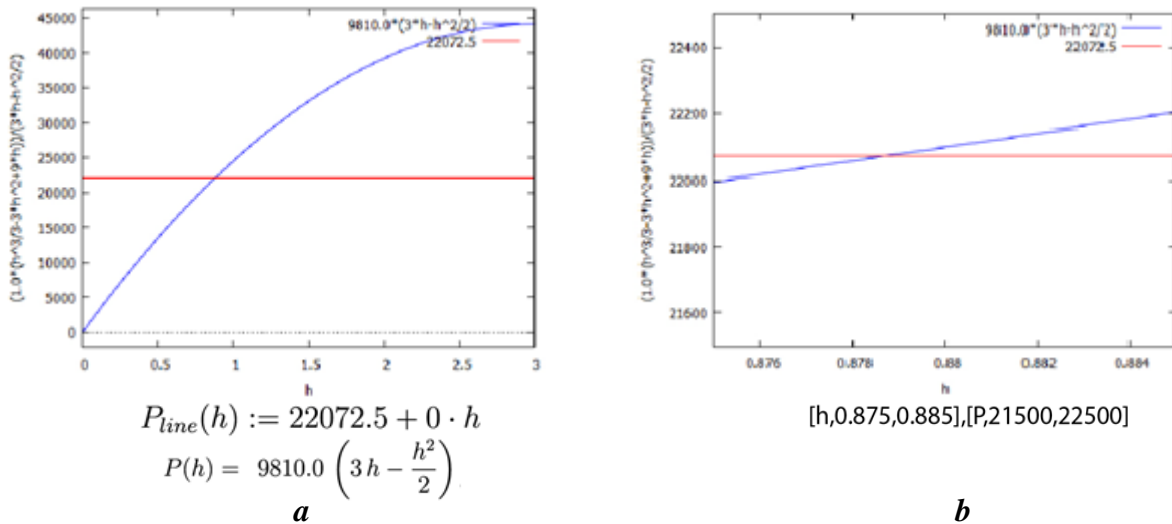


Рис.4. Залежність сили гідростатичного тиску та координати центру тиску від висоту тестового об’єкту: **a** – сила гідростатичного тиску; **b** – масштабування графіку

Fig. 4. Dependence of the force of hydrostatic pressure and the coordinates of the center of pressure on the height of the test object: **a** – force of hydrostatic pressure; **b** – graphic scaling

Представлені функціональні залежності сумарної сили та координати центру тиску отримані із урахуванням вихідних даних. Аналогічно у загальному випадку ми маємо можливість методом трьох команд K123 отримати будь-які функціональні залежності сили гідростатичного тиску й координати центру тиску для будь якої висоти та ширини тест-об’єкту, враховувати манометричний або вакуумметричний тиски на вільній поверхні рідини, прошарок рідини над верхньою кромкою поверхні.

Варіант 4. Аналітичний розрахунок за методом трьох команд K123 й функціональна залежність сили тиску у загальному випадку

У загальному випадку універсальні функціональні залежності сили гідростатичного тиску й координати центру тиску для будь якої висоти та ширини тест-об’єкту із урахуванням манометричного або вакуумметричного тиску на вільній поверхні рідини та наявності прошарку рідини над верхньою кромкою поверхні може бути представлена такими залежностями:

$$P(H, p_{man}, p_{vac}, h1, h) := (-h) \cdot p_{vac} + h \cdot p_{man} + 9810.0 \cdot (h \cdot h1 - h^2/2 + H \cdot h); \quad (11)$$

$$h_D(H, p_{man}, p_{vac}, h1, h) = \frac{((-h^2 \cdot (p_{vac} - p_{man} + (-9810) \cdot h1 + (-9810) \cdot H) + 6540 \cdot h^3))/2}{((-h) \cdot p_{vac} + h \cdot p_{man} + 9810.0 \cdot (h \cdot h1 - h^2/2 + H \cdot h))}. \quad (12)$$

Для цих формул ми скористались універсальними можливостями методу трьох команд K123 визначати координати центра тиску відносно будь-якої точки, яка лежить на вертикальній осі що проходить через центр тиску. Для зручності розрахунків початок локальної системи координат розміщено відносно нижньої кромки тест-об’єкту (рис. 5). Відповідно координати центру

тиску визначаються відносно тест-об’єкту й не залежать від наявності змінних величин тисків над вільною поверхнею рідини та величини прошарку рідини над верхньою кромкою поверхні.

За формулою 11 ми визначаємо силу гідростатичного тиску на прямокутну поверхню. Варіанти використання формули при наявності прошарку води та маномет-

ричного або вакууметричного тиску на вільній поверхні. Тиск води на частину поверхні у межах інтегрування $0 - h$ представлено на рис. 5a. Формулу 11 представлено у загальному вигляді із врахуванням тиску на поверхні рідини. Останнє вимагає явного вводу нульового значення відсутнього тиску – пари представлено на рис. 5a. У такий спосіб ми маємо використовувати всього одну універсальну формулу замість двох окремих

для вакууметричного та манометричного тисків. За формулою 11 ми маємо опцію розрахувати силу гідростатичного тиску на частину поверхні $-h < H$. Однакові значення h та H дозволяють розраховувати тиск на повну поверхню. Відповідні опції для розрахунку тиску з атмосферним тиском на вільній поверхні рідини й відсутнім прошарком рідини над тест-об’єктом представлено на рис. 5b.

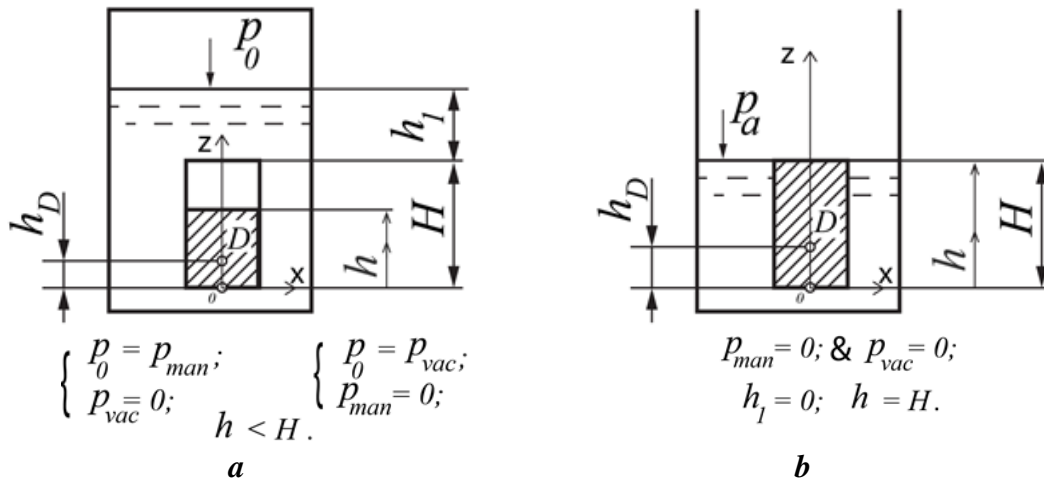


Рис. 5. Загальний вигляд тестового об’єкту: H – загальна висота; h – межі інтегрування; h_D – координата центру тиску; **a:** h_1 – висота прошарку води; p_0 – тиск на вільній поверхні рідини; **b:** p_a – тиск на вільній поверхні рідини

Fig. 5. General appearance of the test object: H – total height; h – limits of integration; h_D – coordinate of the pressure center; **a:** h_1 – the height of the water layer; p_0 – pressure on the free surface of the liquid; **b:** p_a – pressure on the free surface of the liquid

Аналогічні опції наборів даних (рис. 5a, 5b) дозволяють використовувати формулу 12 для визначення координат центру тиску, які рахуються – для зручності в локальній системі координат “ zOx ” відносно нижньої грані тест-об’єкту по осі його симетрії. На відміну від обмежених можливостей стандартного алгоритму розрахунку глибини занурення центру тиску тільки відносно вільної поверхні рідини (формула 6), метод трьох команд K123 дозволяє визначати координати центру тиску в локальній системі

координат відносно будь-якої точки на лінії дії рівнодійних сил гідростатичного тиску.

Аналогічне універсальне рівняння визначення координати центру тиску (формула 13) методом трьох команд K123 можна записати відносно вільної поверхні рідини. Але вже сама формула моменту сили гідростатичного тиску відносно вільної поверхні рідини має більш складну структуру, що ускладнює її використання:

$$h p_{vac}^2 - 2 h p_{man} p_{vac} + 19620.0 \left(h h_1 - \frac{h^2}{2} + H h \right) (p_{man} - p_{vac}) + h p_{man}^2 + 9.62361 \times 10^{+7} \left(h h_1^2 + 2 H \left(h h_1 - \frac{h^2}{2} \right) - h^2 h_1 + \frac{h^3}{3} + H^2 h \right). \quad (13)$$

Для порівняння чисельник формули 12 – момент сили відносно нижнього краю поверхні значно простіше рахувати у порівнянні із формулою 13. Тому загальну формулу не приводимо. Метод трьох команд K123 дозволяє обирати максимально прості набори формул із мінімальною кількістю символів, що знижує похибки на етапі вводу даних та формул програми розрахунку.

Варіант 5. Аналітичний розрахунок за методом трьох команд K123 й функціональна залежність сили тиску

Функціональна залежність сили тиску від висоти тест-об’єкту, яку отримано методом трьох команд K123, дозволяє безпосередньо визначати висоту прошарку поверхні з рівняння (на рис. 6 команда вводу за номером

(%i100)). Команда “solve” програми CAS MAXIMA дозволяє в один клік вирішувати рівняння.

Методом трьох команд K123 отримано функціональну залежність величини сили гідростатичного тиску від висоти тест-об’єкту. Рівняння відповідає вихідним даним нашої задачі – $H = 3, B = 1$. Результат розрахунку на скріншоті екрану програми CAS MAXIMA (рис. 6).

Для обраного тест-об’єкту висотою $H = 3$ м сила тиску $P = 22072,5$ Н діє на висоту горизонтального прошарку $h = 0,8786$ м відносно нижньої грані поверхні. Відповідно на верхній прошарок висотою з $0,8786$ до 3 м також повинна діяти сила тиску у $22072,5$ Н.

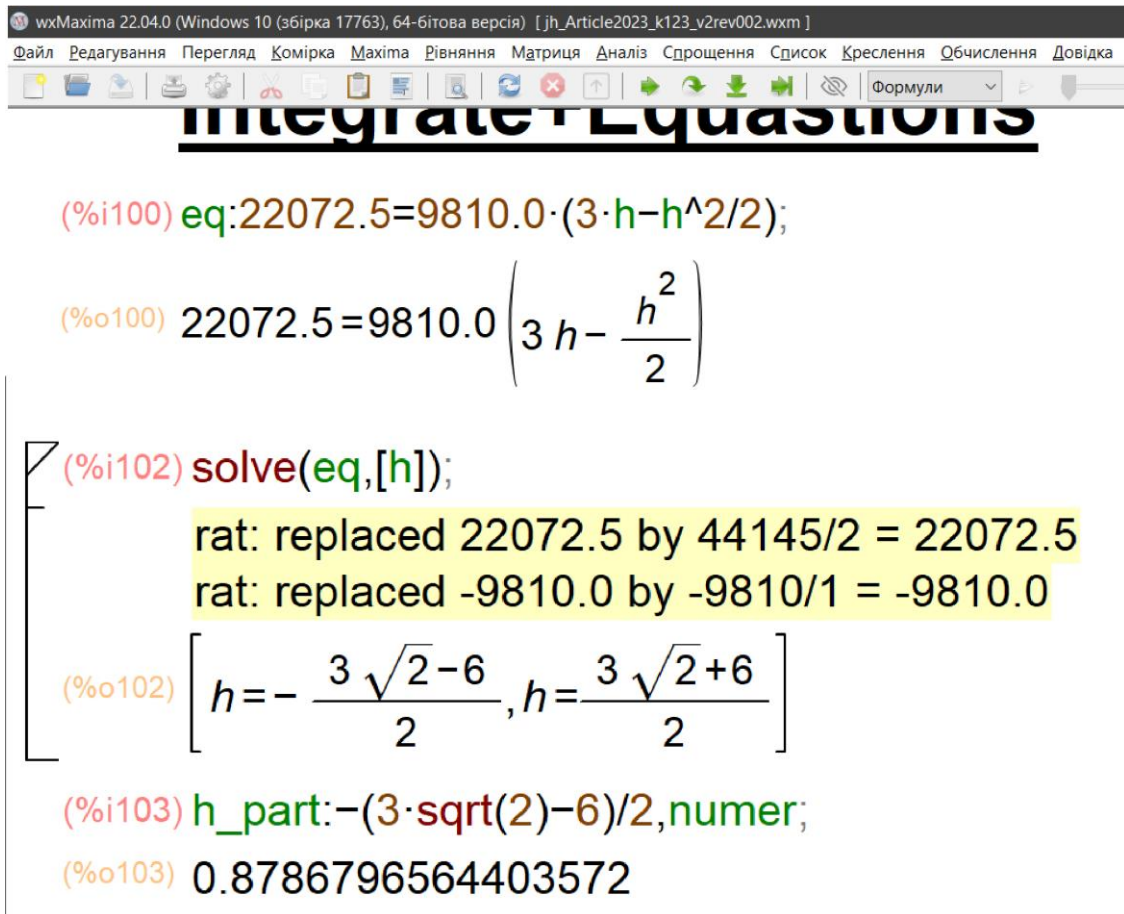


Рис. 6. Скріншот екрану CAS MAXIMA. Розрахунок рівняння рівнодійної сили гідростатичного тиску

Fig. 6. Screenshot of the CAS MAXIMA screen. Calculation of the equation of the uniform force of hydrostatic pressure

Варіант 6. Аналітичний розрахунок за методом трьох команд K123

Перевірку отриманого рішення проводимо за допомогою першої команди метода трьох команд K123. Межі інтегрування обмежено висотою тест-об'єкту й вище отримане рішення межею висот горизонтальних прошарків поверхні. Скріншот перевірки розрахунків на рис. 7.

Перевірка отриманого результату за загальноприйнятим стандартним алгоритмом (формули 1-5) вимагає для двох прошарків використання десяти формул, для трьох прошарків – 15 формул тощо. В умовах ручного вводу команд на екрані смартфона – для розрахунку за стандартними формулами – суттєво зростає кількість символів вводу. Відповідно зростає ймовірність отримання помилок на етапі вводу даних та набору формул.

Варіант 7. Розрахунок за методом трьох команд K123 (чисельне інтегрування)

Простота використання системи комп'ютерної алгебри CAS MAXIMA

розрахунку тестової задачі забезпечено Методом трьох команд K123 (с) Копаниця Ю.Д.

Приклад реалізації алгоритмів метода K123 чисельними методами представлено на рис. 8. На скріншоті екрану програми CAS MAXIMA представлено результати розрахунку. Наприклад, між другою та третьою інтеграціями з достатньою для інженерних розрахунків точністю вже визначена висота горизонтального прошарку тест-об'єкту. Відповідно маємо результати: $i = 2$, $P = 22070$, $h = 0,8785$ та $i = 3$, $P = 22083$, $h = 0,8792$.

Точність наближення у даного методу не обмежена. Простота реалізації й швидкість розрахунку дозволяє використовувати звичайні електронні таблиці MS Excel тощо. Розрахунки запропонуємо виконати у звичайних електронних таблицях типу безкоштовного опенсорсного LibreOfficeCalc, який є аналогом пропрієтарного MS Excel. Сучасний Веб-інтерфейс онлайн редактора Google Таблиці дозволяє використовувати смартфон без будь-якого спеціального програмного забезпечення.

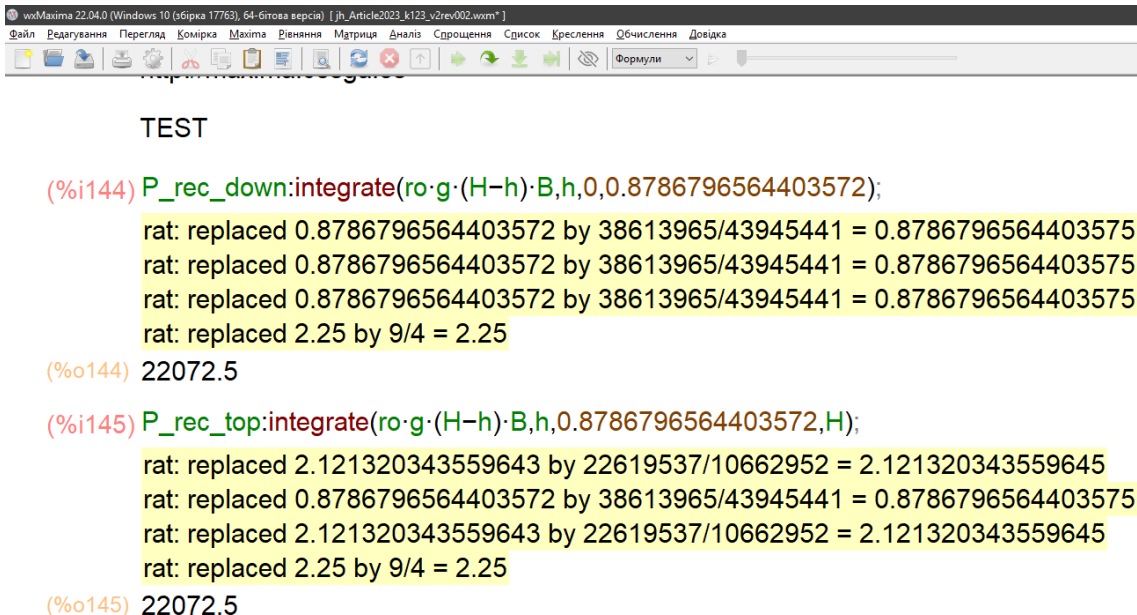


Рис.7. Скріншот екрану CAS MAXIMA. Тестовий розрахунок рівняння рівнодійної сили гідростатичного тиску

Fig. 7. Screenshot of the CAS MAXIMA screen. Test calculation of the equation of the hydrostatic pressure uniform force

```

(%i128) m:10;n:5000;dh:H/n;dh_start:0.8774;PI[1]:FP_rec(dh_start+dh);for i:2 thru m step 1 do (PI[i]:FP_rec(dh_start+dh-i),display(i,PI[i],dh_sl
(%o123) 10
(%o124) 5000
(%o125)  $\frac{3}{5000}$ 
(%o126) 0.8774
(%o127) 22058.35398
      i = 2
       $PI_2 = 22070.8423062$ 
       $0.8774 + \frac{3}{2500} = 0.8785999999999999$ 
      i = 3
       $PI_3 = 22083.3271008$ 
       $0.8774 + \frac{9}{5000} = 0.8792$ 
      i = 4
       $PI_4 = 22095.8083638$ 
       $0.8774 + \frac{3}{1250} = 0.8797999999999999$ 
    
```

Рис.8. Реалізація циклом чисельного інтегрування за Методом трьох команд K123 в CAS MAXIMA

Fig. 8. Implementation of the cycle of numerical integration according to the Method of three commands K123 in CAS MAXIMA

ВИСНОВКИ

Актуальність розробки нових алгоритмів та методів інженерних розрахунків для звичайних задач є можливо єдиною та необхідною мірою подолання розриву між розвитком сучасних персональних мікропроцесорних гаджетів із відповідним програмним забезпеченням, широким впровадженням веб-інтерфейсів із доступом до серверних технологій з одного боку та , на жаль, абсолютно застарілими підходами та прикладами у сучасних підручниках.

Представлено приклад шести альтернативних підходів використання системи комп'ютерної математика на базі опенсорсного проекту CAS MAXIMA для реалізації розрахунку стандартної задачі, що базується на авторському методі трьох команд K123 (с) Копаниця Ю.Д. [1-9] Досліджені варіанти реалізації єдиного методу, що базуються на різних розділах математики: аналітична геометрія, інтегральне числення, чисельні методи, структури даних та алгоритми, об'єднання континуальної та дискретної математики [10-15].

Запропонований приклад вирішення вищезначеної проблеми вимагає розробки теоретичної бази й практичних прикладних досліджень у запровадженні й широкому використанні інформаційних технологій в навчальному процесі. Запровадження принципу багатоваріантності вирішення задач, використання стандартних формул у тестових розрахунках та проведення обчислювального експерименту - як основу навчального процесу. Замінити обмежений набір стандартних задач веб-інтерфейсом із генерацією необмеженого об'єму наборів вихідних даних та серверними розрахунками. Стандартну відповідь кожної навчальної задачі бажано замінити самоперевіркою шляхом запровадження принципу багатоваріантного розрахунку, який базується на математичній культурі використання різних розділів математики.

ЛІТЕРАТУРА

1. Копаниця Ю. Д. Визначення сили гідростатичного тиску на сферичну поверхню в умовах відносної рівноваги рідини методом K123 / Ю.Д. Копаниця // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки, 2020. Вип. 34. С. 12-18.

2. **Копаниця Ю. Д.** Аналіз алгоритмів визначення гідростатичного тиску на поверхню довільної форми за стандартними формулами і методом трьох команд K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2017. Вип. 28. С. 187-195.
3. **Копаниця Ю. Д.** Розрахунок гідростатичного тиску на несиметричну плоску поверхню. Універсальний алгоритм трьох команд K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2016. Вип. 27. С. 177-186.
4. **Копаниця Ю. Д.** Визначення гідростатичного тиску на плоский сегмент методом трьох команд K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2016. Вип. 26. С. 148-152.
5. **Копаниця Ю. Д.** Інтегральні рівняння метода трьох команд K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2013. Вип.22. С. 161-173.
6. **Копаниця Ю. Д.** Аналіз виміру епюри гідростатичного тиску на криволінійну поверхню. Універсальний метод розрахунку K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2013. Вип. 21. С. 165-180.
7. **Копаниця Ю. Д.** Розрахунок гідростатичного тиску на криволінійну поверхню. Універсальний алгоритм трьох команд - K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2012. Вип. 20. С. 105-119.
8. **Копаниця Ю. Д.** Комп'ютерний розрахунок сили тиску. Універсальний алгоритм трьох команд - K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2012. Вип. 18. С. 148-163.
9. **Копаниця Ю. Д., Нечипор О.М., Таварткіладзе Н.І.** Дослідження чотирьох варіантів визначення гідростатичного тиску на плоску поверхню методом трьох команд - K123 // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2022. Вип. 41. С. 31-41.
10. **Kirk D.** Contemporary mathematics. Rice University, 2023. ISBN :978-1-711470-55-9. 1565.
11. **Lin H.** Intellectual Development and Mathematics Learning. Springer, 2023.
12. **Dong Y. Zhu R., Tian Q., Liu W., Peng A.** Scenario Interaction-centered Conceptual Information Model for UX Design of User-oriented Product-service System. Procedia CIRP, 2019. Vol(83). 335-338.
13. **Yilmaz F., Queiruga-Dios A., Vaquero J., Mierluș-Mazilu I., Rasteiro D., Martínez V.** Mathematical Methods for Engineering Applications. Springer, 2023.

14. **Clark-Wilson A., Robutti O., Sinclair N.** The Mathematics Teacher in the Digital Era. International Research on Professional Learning and Practice.. Springer, 2023.
15. **Gonzalez O.** Topics in Applied Mathematics and Modeling. AMS, 2023. ISBN: 978-1-4704-6991-7 211.

REFERENCES

1. **Kopanytsia, Y. D. (2020).** Determination of the force of hydrostatic pressure on a spherical surface under conditions of relative equilibrium of a liquid by the K123 method. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, 34. 12-18. <https://doi.org/10.32347/2524-0021.2020.34.12-18> [Add to Citavi project by DOI].
2. **Kopanytsia, Y. D. (2017).** Analysis of algorithms for determining hydrostatic pressure on a surface of arbitrary shape according to standard formulas and the method of three commands k123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, 28. 187-195. Retrieved from <https://repository.knuba.edu.ua/bitstream/handle/987654321/3048/201728-187-195.pdf?sequence=1&isAllowed=y> [in Ukrainian].
3. **Kopanytsia, Y. D. (2016).** Calculation of hydrostatic pressure on an asymmetric flat surface. universal algorithm of three commands K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, 27. 177-186. [in Ukrainian].
4. **Kopanytsia, Y. D. (2016).** Determination of hydrostatic pressure on a flat segment by the method of three commands K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, 26. 148-152. [in Ukrainian]
5. **Kopanytsia, Y. D. (2013).** Integral equations of the method of three commands K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, 22. 161-173. [in Ukrainian].
6. **Kopanytsia, Y. D. (2013).** Analysis of hydrostatic pressure plot measurement on a curved surface. Universal calculation method K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, 21. 165-180. [in Ukrainian].
7. **Kopanytsia, Y. D. (2012).** Calculation of hydrostatic pressure on a curved surface. Universal algorithm of three commands - K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, 20. 105-119. [in Ukrainian].
8. **Kopanytsia, Y. D. (2012).** Computer calculation of pressure force. Universal algorithm of three commands - K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, 18. 148-163. [in Ukrainian].
9. **Kopanytsia, Y. D., Netchypor, O. Tavartkiladze, N. (2022)** Study of four options for

determining hydrostatic pressure on a plane surface by the three command method K123. *Problems of water supply, sewage and hydraulics*, 41. 31-41.

<https://doi.org/10.32347/2524-0021.2022.41.31-41>

[Add to Citavi project by DOI].

10. **Kirk, D. (2023)** Contemporary mathematics. *Rice University*. ISBN :978-1-711470-55-9. 1565.

11. **Lin, H. (2023)** *Intellectual Development and Mathematics Learning*. Springer.

<https://doi.org/10.1007/978-981-19-8757-1>

12. **Dong, Y. Zhu, R. Tian, Q. Liu, W. & Peng, W. (2019)** A Scenario Interaction-centered Conceptual Information Model for UX Design of User-oriented Product-service System. *Procedia CIRP*, 83. 335-338.

<https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.03.096>

13. **Yilmaz, F. Queiruga-Dios, A. Vaquero, J. Mierluş-Mazilu, I. Rasteiro & D. Martínez, V. (2023)** *Mathematical Methods for Engineering Applications. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-21700-5>.

14. **Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Sinclair, N. (2022)**. *The Mathematics Teacher in the Digital Era. International Research on Professional Learning and Practice.. Springer*.

<https://doi.org/10.1007/978-3-031-05254-5>

15. **Gonzalez, O. (2023)** *Topics in Applied Mathematics and Modeling*. AMS. ISBN: 978-1-4704-6991-7 211.

Analysis of calculation options of hydrostatic pressure by the K123 method

Yuriy Kopanytsia, Yevhen Pavlov, Tetiana Tolmachova

Abstract. Implementation of the proposed multivariate examples of problem solving in the educational process requires the development of a theoretical base and practical applied research with the introduction and use of information technologies in the educational process. The considered multivariate principle of solving examples of standard problems by conducting a computational experiment in computer mathematics systems using methods from different sections of mathematics should be the basis of the educational process. Variants of the implementation of a single author's method, in which methods of various branches of mathematics are involved: analytical geometry, integral calculus, numerical methods, data structures and algorithms, unification of continuous and discrete mathematics, are studied.

Key words: method K123, force of hydrostatic pressure, calculation of pressure force.

Стаття надійшла до редакції 28.05.2023